Matemáticas 1 | Trimestre 1

Fracciones y decimales. Números con signo. Porcentajes

Prioriza Matemáticas 1 te ayudará a trabajar en los siguientes aprendizajes.

1. Convertir fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproximar algunas fracciones no decimales usando la notación decimal
2. Resolver problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos
3. Resolver problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base

1 Fracciones y decimales

Un procedimiento para convertir un número con **punto decimal** en **fracción** es el siguiente.

- Se escribe el número como una **suma de fracciones** que corresponden a las **cifras decimales** del número original: $0.34 = \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$.
- Se usa un denominador común: $\frac{30}{100} + \frac{4}{100} = \frac{34}{100}$.
- Si es posible, se simplifica la fracción: $\frac{34}{100} = \frac{17}{50}$.

Los dos primeros pasos del procedimiento anterior se pueden omitir para comenzar directamente con la igualdad

$$0.34 = \text{treinta y cuatro centésimos} = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}.$$

El micrómetro es un instrumento de medición de gran precisión cuyo rango es del orden de las centésimas o milésimas de milímetro (0.01 mm y 0.001 mm, respectivamente).

Este video muestra cómo convertir números decimales en fracciones.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-01

Observa que la **última cifra decimal** (4 en este caso) indica si se trata de **décimos**, **centésimos**, **milésimos**, etcétera.

A continuación otro ejemplo, ahora con el número 2.906.

- Escribir como suma de fracciones: $\frac{2}{1} + \frac{9}{10} + \frac{0}{100} + \frac{6}{1000}$.
- Usar denominador común: $\frac{2000}{1000} + \frac{900}{1000} + \frac{0}{1000} + \frac{6}{1000} = \frac{2906}{1000}$
- Simplificar la fracción: $\frac{2906}{1000} = \frac{1453}{500}$

Si se divide el numerador entre el denominador de una fracción, se obtiene la **expresión decimal** correspondiente. Por ejemplo…

- para la fracción $\frac{7}{8}$, la división correspondiente es $7 \div 8 = 0.875$. En este caso se obtuvo un **decimal finito** (tres cifras después del punto decimal);
- para la fracción $\frac{1}{6}$, la división correspondiente es $1 \div 6 = 0.1666666...$ En este caso se obtuvo un **decimal periódico**, es decir, tiene infinitas cifras después del punto y además se **repiten indefinidamente**. Para indicar que un dígito se repite indefinidamente se escribe con una barra llamada ***vinculum*** sobre el mismo. En el caso anterior quedaría como $0.1666666... = 0.1\overline{6}$

Para **expresar un decimal periódico como fracción** puede emplearse el siguiente procedimiento. Ejemplo: 0.45454545…

Como el periodo (lo que se repite) tiene dos cifras, se multiplica el número por 100 y, con esto, el punto decimal se recorre dos lugares a la derecha:

$$0.45454545... \times 100 = 45.45454545...$$

Y así, se obtiene **100 veces** el valor de la fracción que se busca: 45.45454545… Luego, se resta 0.454545… a 45.454545…, que resulta en 45, es decir,

$$\begin{array}{r} 45.454545... \\ -\ 0.454545... \\ \hline 45.000000... \end{array}$$

Este valor es **99 veces** el valor de la fracción que se busca (porque a 100 veces el número se le restó una vez el mismo número), es decir,

$$45 = 99 \times \text{la fracción que buscamos.}$$

Entonces, para obtener la fracción buscada se **divide 45 entre 99**, esto es:

$$45 \div 99 = \frac{45}{99} = \frac{5}{11} = 0.45454545 = 0.\overline{45}.$$

Observa más ejemplos para convertir fracciones en decimales.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-02

En este video se muestra una manera rápida de convertir números decimales periódicos en fracciones.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-03

1. Escribe los números que completan las igualdades.

a) $0.28 = \frac{2}{10} + \frac{8}{100}$

b) $1.12 = 1 + \frac{12}{100}$

c) $0.123 = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1\,000}$

d) $2.39 = 2 + \frac{30}{10} + \frac{9}{100}$

e) $0.015 = \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}$

f) $0.003 = \frac{3}{1000}$

g) $0.28 = \frac{28}{100}$

h) $1.12 = 1\frac{12}{100}$

i) $0.123 = \frac{123}{1\,000}$

j) $2.39 = \frac{239}{100}$

2. Convierte cada fracción en su expresión decimal.

a) $\frac{3}{2} = 1.5$

b) $\frac{7}{10} = 0.7$

c) $\frac{9}{4} = 2.25$

d) $\frac{4}{5} = 0.8$

e) $\frac{7}{20} = 0.35$

f) $\frac{31}{8} = 3.875$

g) $\frac{9}{25} = 0.36$

h) $\frac{19}{50} = 0.38$

i) $\frac{7}{2} = 3.5$

j) $\frac{13}{4} = 3.25$

3. Expresa las fracciones en notación decimal e indica cuál es el periodo. Puedes usar calculadora.

a) $\frac{1}{6} = 1.\overline{6}$ b) $\frac{1}{9} = 0.\overline{1}$ c) $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ d) $\frac{1}{11} = 0.\overline{09}$

TEN PRESENTE

- Todos los decimales finitos (con una cantidad finita de cifras después del punto) pueden reescribirse como una suma de fracciones, que a su vez puede reescribirse como una única fracción; por ejemplo:

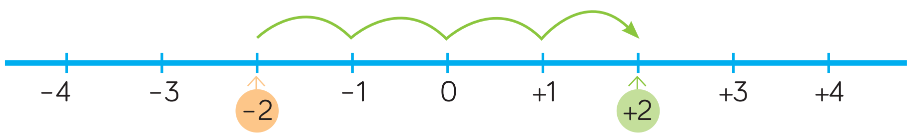
$$3.5708 = \frac{3}{1} + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{0}{1000} + \frac{8}{1000} = \frac{35708}{10000}.$$

- Cualquier fracción puede reescribirse como un número con punto decimal.
- En los decimales finitos, la cantidad de cifras decimales nos sirve para encontrar el numerador de la fracción correspondiente (décimos, centésimos, etcétera).
- Una manera de comparar una fracción y un número decimal es reescribir alguno de los dos para que ambos tengan el mismo formato (fracción o decimal).
- Para simplificar una fracción se divide el numerador y el denominador entre un mismo número.

Números con signo

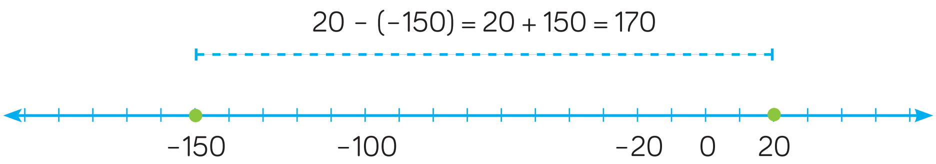
2

La **recta numérica** contiene números positivos, negativos y el cero. Los números **negativos** se ubican a la **izquierda** del cero, mientras que los **positivos** están a la **derecha** del cero.

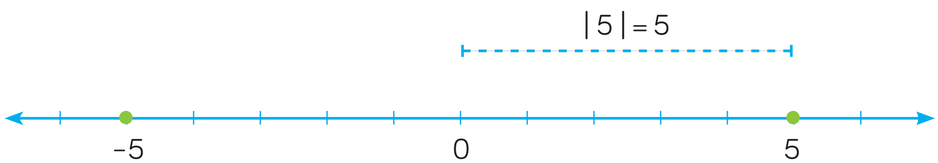


Para indicar que un número es negativo se coloca un signo de **menos** (–) a su izquierda, por ejemplo: –7, –13, –2.5. Los números positivos suelen indicarse únicamente con el numeral, por ejemplo, 7, 13, 2.5; sin embargo, también es posible (correcto) colocar un signo de **más** (+) a la izquierda del numero: +7, +13, +2.5, aunque esto no es lo más común.

La **diferencia** entre dos números puede interpretarse como la **distancia que los separa** en la recta numérica. Por ejemplo, la diferencia entre 20 y –150 es 170.



La **distancia** de un número cualquiera al 0 es su **valor absoluto**. Por ejemplo, el valor absoluto de –5 es 5, puesto que hay cinco unidades entre –5 y 0, y se representa como |–5| = 5. El valor absoluto de +5 también es 5, esto es, |+5| = 5.



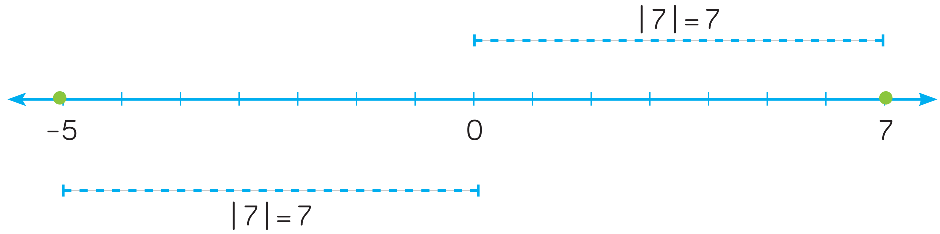
El **valor absoluto** de un número **siempre** es un número **positivo** o **0**.

- |–8| = 8
- |+7| = 7
- |–1.5| = 1.5
- |+2.7| = 2.7
- |0| = 0

Observa el siguiente video para conocer la historia de los números negativos.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-04

Este video explica de manera sencilla los conceptos ***valor absoluto y números opuestos o simétricos***.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-05

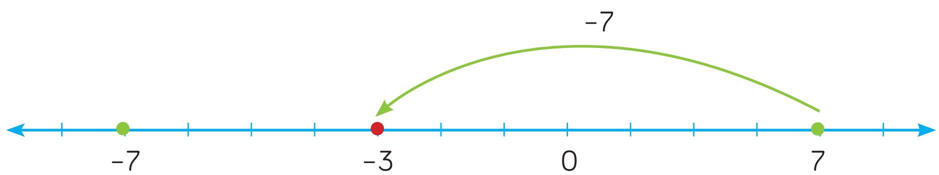
Dos números de **distinto signo**, pero con el **mismo valor absoluto**, es decir, que están a la misma distancia del 0 pero en direcciones contrarias, son llamados ***opuestos*** o ***simétricos***. Por ejemplo, el 7 y el –7 son opuestos, pues tienen distinto signo y el mismo valor absoluto: $|7| = 7 = |-7| = 7$.



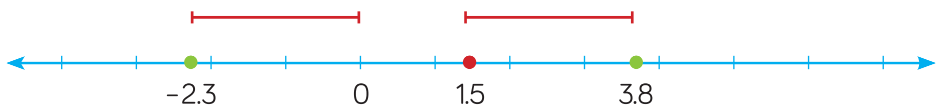
Si se suman o restan números con signo, suelen usarse **paréntesis** para **no confundir el signo** del número (positivo o negativo) con el de la operación (suma o resta). Por ejemplo, en la operación $4 + (-7)$ el signo + indica la operación de suma, pero el signo – indica que el número que está sumándose es negativo (menos 7); en la operación $1.5 - (-2.3)$, el primer signo – indica que se trata de una resta, pero el segundo signo – indica que el número que está restándose es negativo.

Restar un número es lo mismo que **sumar su opuesto**, lo que resulta útil para resolver sumas y restas de números con signo, como los siguientes ejemplos.

- $4 + (-7) = 4 - 7 = -3$



- $1.5 - (-2.3) = 1.5 + (2.3) = 3.8$



Observa cómo sumar y restar números con signo en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-06

1. Resuelve las operaciones.

a) $-2 + 5 - 6 = -3$

b) $2 + (-5 + 6) = 3$

c) $-3.4 + (4 - 0.5) = 0.1$

d) $3.5 + 4 + (-0.5) = 7$

g) $-\frac{3}{2} + (-\frac{6}{4}) = -3$

e) $-5 + (-5) = -10$

f) $5 + (-5) = 0$

h) $-\frac{3}{2} + \frac{6}{4} = 0$

i) $-6 + (-4) + 6 = -4$

j) $6 + (-4) + (-6) = -4$

k) $1 + \frac{1}{2} + (-1.5) = 0$

l) $1 + (-\frac{1}{2}) + 1.5 = 2$

2. Completa la pirámide con números enteros de modo que en cada casilla escribas el resultado de la suma de los dos números de las casillas inferiores.

–13						
27	–40					
62	–35	–5				
–3	65	–100	95			
–5	2	63	–163	258		
176	–181	183	–120	–43	301	
13	163	–344	527	–647	604	–303

TEN PRESENTE

- Si un número está a la derecha del 0 en la recta numérica, entonces es positivo; si está a la izquierda, es negativo.
- Dos números opuestos siempre están a la misma distancia del 0.
- Un número es mayor que otro si está a su derecha en la recta numérica. De manera análoga, un número menor que otro es aquel que está a su izquierda en la recta numérica.
- Si un número tiene mayor valor absoluto que otro, significa que está más lejos del 0 en la recta numérica.
- Si se suman o restan números con signo, se suele usar paréntesis para no confundir el signo del número (positivo o negativo) con el de la operación (suma o resta).
- Para simplificar una fracción se divide el numerador y el denominador entre un mismo número.
- La suma de dos números opuestos siempre da 0 como resultado.
- Cualquier número positivo es mayor que uno negativo.
- Restar un número es lo mismo que sumar su opuesto.

3

Porcentajes

Las **razones** pueden expresarse con números naturales, con **fracciones** o con **porcentajes**. Por ejemplo, la razón "7 de cada 10" se expresa también como 70 de cada 100, $\frac{7}{10}$, $\frac{70}{100}$, o bien, 70 por ciento (%).

Los **porcentajes**, como las demás razones, nos dicen qué tan grande (o pequeña) es **una cantidad respecto a otra**, es decir, nos sirven para **compararlas**. Por ejemplo, un aumento de 3 kg en una persona que antes pesaba 50 kg equivale a $\frac{3}{50} = \frac{6}{100} = 6\%$ de su peso original; pero ese mismo aumento de 3 kg en una persona que pesaba 75 kg equivale a $\frac{3}{75} = \frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 4\%$ de su peso original.

Un porcentaje como 25% se expresa de varias maneras, además de usar el símbolo de porcentaje (%): con una fracción ($\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$), con un decimal (0.25) y como una relación entre dos números (25 de cada 100 = 1 de cada 4).

Los porcentajes son empleados en las representaciones de datos demográficos. Ésta podría ser una representación del 65% de una población.

Un **porcentaje** puede calcularse **por partes**, haciendo una descomposición. Por ejemplo, para determinar 85% de 140 se tiene que…

- 50% de algo es la mitad, entonces 50% de 140 es $\frac{140}{2} = 70$;
- 10% de algo es su décima parte, entonces 10% de 140 es $\frac{140}{10} = 14$;
- 30% es tres veces el 10%, entonces 30% de 140 es $14 \times 3 = 42$;
- 5% es la mitad de 10%, entonces 5% de 140 es $\frac{14}{2} = 7$.

Como $85\% = 50\% + 30\% + 5\%$ y $70 + 42 + 7 = 119$, entonces 85% de 140 es 119.

El mismo método puede emplearse para calcular porcentajes mayores a 100%. Por ejemplo, para encontrar 135% de 260 se tiene que:

- 100% de 260 es 260.
- 30% de 260 es 78.
- 5% de 260 es 13.

En el siguiente enlace podrás practicar cómo calcular porcentajes.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-60

Y como 240 + 72 + 12 = 351, entonces 135% de 240 es 351.

En general, para calcular el n% de una cantidad cualquiera A, basta con hacer la multiplicación $\frac{n}{100} \times A$. En los ejemplos anteriores, sucede que:

- $\frac{85}{100} = 0.85$, por lo tanto, 85% de 140 podría calcularse también como $0.85 \times 140 = 119$.
- $\frac{135}{100} = 1.35$, por lo tanto, 135% de 240 podría calcularse también como $1.35 \times 240 = 324$.

Para saber **qué porcentaje es** una cantidad ***B* de otra cantidad *A***, basta con dividir B entre A y anotar el cociente como fracción cuyo denominador sea 100. Por ejemplo, si A = 40 y B = 15, entonces $\frac{15}{40} = 0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{37.5}{100}$. Es decir, 15 es 37.5% de 40.

El impuesto al valor agregado (IVA) es un cargo extra que muchas veces debe pagarse al comprar una mercancía o contratar un servicio. En México, este corresponde a 16% del monto total. A continuación, algunos ejemplos.

	Computadora portátil	Servicio de internet (por mes)	Plan mensual telefónico
Precio sin IVA ($)	16850	350	420
Precio con IVA ($)	19546	406	487.2

Para encontrar el precio que habrá que pagarse por la computadora (ya con IVA), pueden ocuparse uno de los métodos que se revisó antes:

- Como $0.16 \times 16850 = 2\,696$, entonces el precio con IVA es de $19546 pues $16850 + 2696 = 19\,546$.

Otro método consiste en calcular directamente el 116% del precio sin IVA:

- Como $1.16 \times 16850 = 19546$, entonces el precio con IVA es de $19546.

Si, por el contrario, se tiene el precio con IVA del plan mensual telefónico, y lo que quiere encontrarse es el precio sin IVA, puede procederse como sigue:

- Llamemos x al precio sin IVA. Entonces $x + 0.16x = x \times 1.16 = 487.2$.
- Despejando x se obtiene que

$$x = \frac{487.2}{1.16} = 420.$$

Otros impuestos que se pagan en México son los siguientes.

- Impuesto sobre la renta (ISR) que se ubica entre 0% y 35% para las personas físicas y de 30% para las personas morales.
- Impuesto especial sobre producción y servicios (IEPS) del cual también varía el porcentaje según el producto al que se le aplique.

Puedes conocer un poco más sobre los impuestos en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-61

1. Diana realiza un registro mensual de sus gastos. Si durante abril ganó $18350 y pagó $3670 de renta, ¿qué porcentaje del ingreso utilizó en pagarla?

Utilizó 20% de su ingreso.

a) En la siguiente tabla, aparecen otros gastos que Diana tuvo durante abril, complétala.

	Despensa	Terapia	Servicios	Transporte	Otros	Total
Porcentaje del ingreso mensual (%)	15	12	3	8	30	68
Cantidad gastada ($)	2752.5	2 202	550.5	1 468	5 505	12 478

b) Si Diana decide ahorrar 20% de su ingreso todos los meses, ¿fue posible que lo hiciera en abril? Justifica tu respuesta.

R. T. No lo logró, pues entre la renta y los gastos durante abril ocupó 88% de su ingreso.

2. Escribe dentro del paréntesis V si el enunciado es verdadero o F si es falso. De los falsos, justifica por qué no pueden ser ciertos.

a) El 25% de un año son 90 días. R. T. 90 días es 24.65% del año. (F)

b) Un disco completo dura 75 minutos, una canción de 3 minutos representa el 4% de la duración total. (V)

c) El 37% de $2487 es $920.19. (V)

3. Un pintor utiliza una combinación de 65% amarillo, 30% azul y 5% blanco para formar un color verde. Si necesita preparar 3l de pintura verde, ¿cuántos litros necesita de cada color?

R. T. Necesita 1.95 L de pintura verde, 0.90 L de pintura azul y 0.15 L de pintura blanca. y 0.15 L de pintura blanca.

TEN PRESENTE

- Una razón o relación entre dos cantidades puede expresarse de varias maneras: 3 de cada 10, $\frac{3}{10}$, 30%, 0.3.
- Los porcentajes nos sirven para comparar cantidades.
- Algunos porcentajes comunes son 10% = $\frac{1}{10}$, 20% = $\frac{1}{5}$, 25% = $\frac{1}{4}$, 50% = $\frac{1}{2}$, 75% = $\frac{3}{4}$.
- Para calcular el n% de una cantidad, esta se multiplica por $n/100$.
- Para calcular qué porcentaje es una cantidad B de otra A, se divide B entre A.

Matemáticas 1 | Trimestre 2

Gráficas circulares, proporcionalidad directa y ecuaciones lineales

Prioriza Matemáticas 1 te ayudará a trabajar en los siguientes aprendizajes.

1 Recolectar, registrar y leer datos en gráficas circulares

2 Calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación)

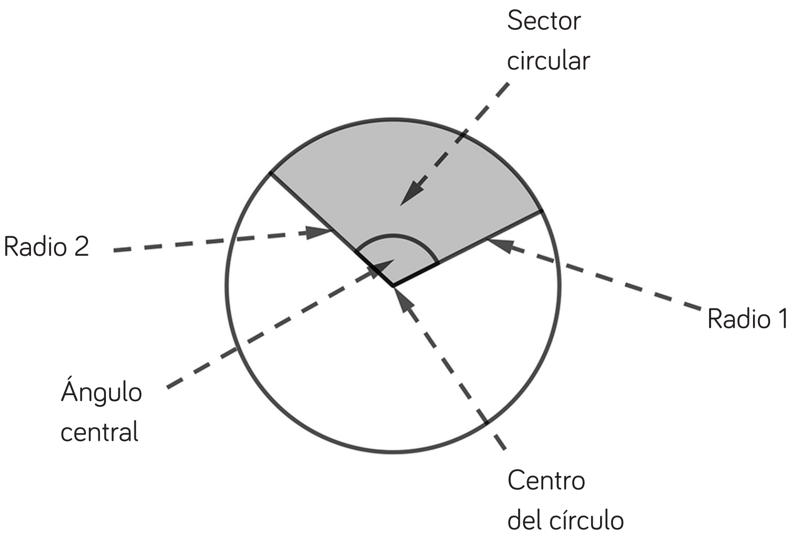
3 Resolver problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales

1

Gráficas circulares

Un **sector circular** es una parte del círculo acotada por dos radios. El ángulo que forman estos dos radios, cuyo vértice está en el centro del círculo, se denomina **ángulo central**.

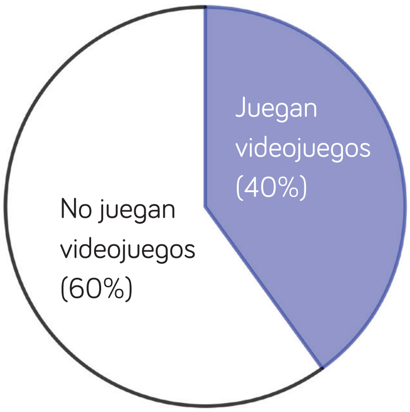
Uno de los principales usos de este recurso es representar porcentajes y proporciones.



Este video muestra ejemplos de gráficas circulares.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-10

Las **gráficas circulares** o gráficas de pastel son una manera de representar datos mediante sectores circulares. El área del **círculo completo** representa **100%** de los datos y los **sectores** corresponden a **subconjuntos del total**. Este tipo de gráficas es muy útil para representar conjuntos de datos segmentados en pocas categorías.

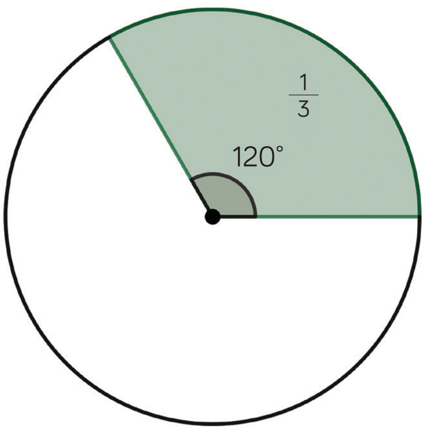
Por ejemplo, supongamos que, en la gráfica, el área de todo el círculo representa al total de estudiantes de la escuela A, mientras que el área azul corresponde a los que juegan videojuegos de manera regular.



De este modo, si el total de estudiantes en la escuela A fueran 540 personas, 318 no juegan videojuegos (puesto que $540 \times 0.6 = 324$), mientras que 216 lo hacen de manera regular.

Observa que el **tamaño de cada sector circular** es **proporcional a la frecuencia relativa** del dato correspondiente. Considera los siguientes ejemplos.

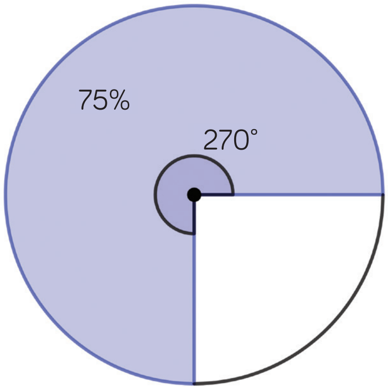
- A un dato cuya frecuencia relativa es de $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ le corresponde un sector circular equivalente a la tercera parte de un círculo, es decir, un ángulo central de $360° \div 3 = 120°$.



Así, si quisiera representarse que 3 de cada 9 estudiantes de la escuela A utilizan anteojos, una forma de hacerlo sería con la gráfica anterior.

¿Qué otra situación piensas que podría representarse con esta gráfica?

- Para representar un dato cuya frecuencia relativa es de 75% se tiene que $0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, por lo cual le corresponde un sector circular equivalente a $\frac{3}{4}$ partes del círculo, esto es, el que se delimita por un ángulo central de 270° pues $360° \times 0.75 = 270°$.

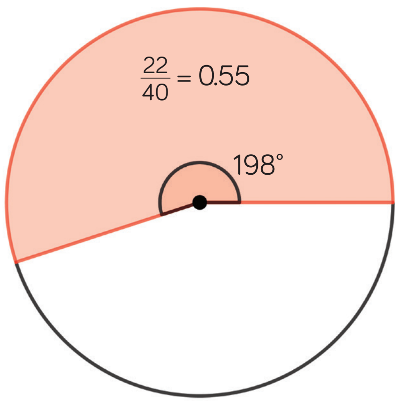


Esta gráfica sería útil si se quisiera representar que 75% de los estudiantes de la escuela A cumplen años entre febrero y septiembre.

¿Cuántos son los alumnos que cumplen años en esos meses?

Para calcular la medida del ángulo central que le corresponde a un sector circular, se **divide la frecuencia** del dato correspondiente **entre el total** de datos (para obtener la frecuencia relativa) y el resultado **se multiplica por 360** grados.

Por ejemplo, si la frecuencia de un dato es 22 y el total de datos es 40, se tiene que $22 \div 40 = 0.55$; $360° \times 0.55 = 198°$.



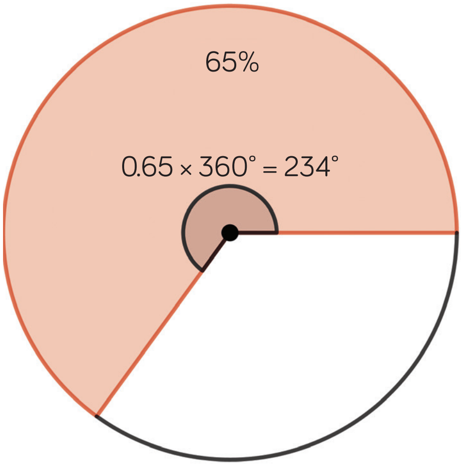
Si en un horario de natación hay 40 personas inscritas, de las cuales 22 son mujeres, entonces la gráfica anterior sería una buena representación de dicha información.

¿Cuál es el porcentaje de mujeres en ese horario?

Para ver un análisis de la información representada en una gráfica circular puedes consultar el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-65

Si la **frecuencia** de un dato ya está dada en porcentaje, basta con representarla **en notación decimal** y **multiplicar por 360°** para obtener la medida del ángulo central del sector correspondiente.

Por ejemplo, para calcular la medida del ángulo central correspondiente a 65%, se multiplica el porcentaje expresado como decimal por la medida del ángulo central completo: $0.65 \times 360° = 234°$.

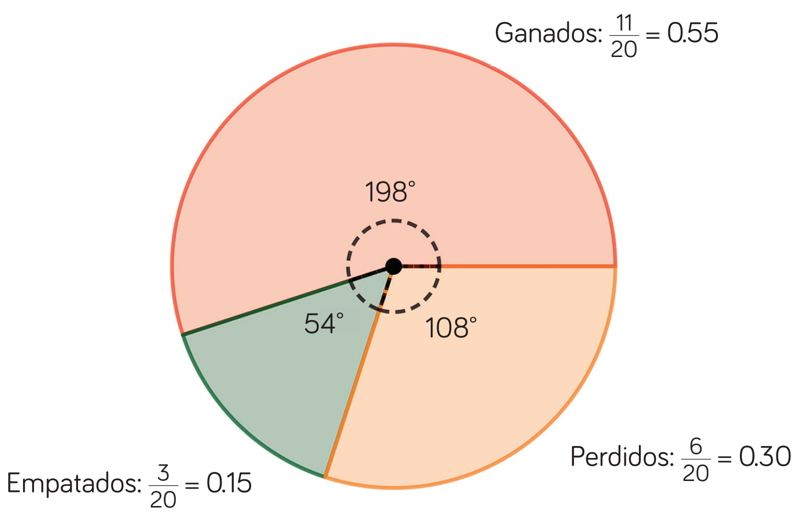


Una manera práctica de **construir una gráfica circular** es la siguiente.

- Calcular la frecuencia relativa de cada dato y expresarla en notación decimal
- Obtener las medidas de los ángulos centrales correspondientes
- Trazar los sectores circulares

Por ejemplo, para representar que durante sus últimos 20 partidos, un jugador de ajedrez ha ganado 11, empatado 3 y perdido 6, se tiene lo siguiente.

- Frecuencias relativas y expresión en notación decimal:
  Partidos ganados, $\frac{11}{20} = 0.55$; empatados, $\frac{3}{20} = 0.15$; perdidos, $\frac{6}{20} = 0.3$.
- Ángulos centrales:
  Partidos ganados, $360° \times 0.55 = 198°$; empatados, $360° \times 0.15 = 54°$; perdidos, $360° \times 0.3 = 108°$
- Trazo de sectores:



1. Se levantó una encuesta a un grupo de 50 personas sobre su grupo sanguíneo y los resultados se presentaron en la siguiente tabla. Haz lo que se pide.

Grupo	A	B	O	AB
Número de alumnos	12	17	10	11

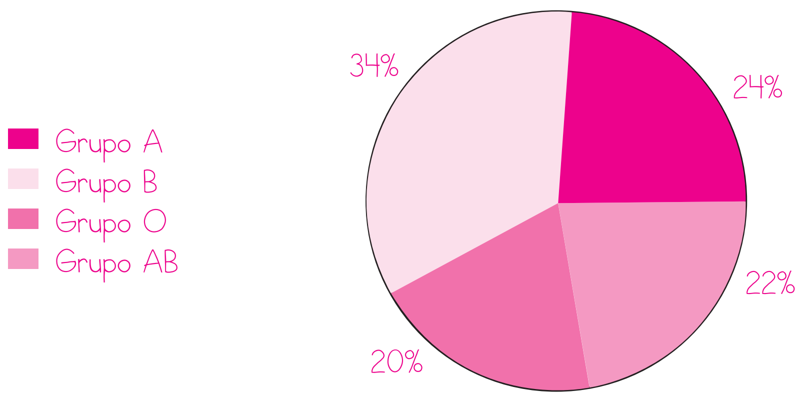
a) Calcula el porcentaje que corresponde a cada grupo sanguíneo.

Grupo A: 24%; grupo B: 34%; grupo O: 20%; grupo AB: 22%

A=0.24*360=86.4°   B=0.34*360=122.4°   O=0.20*360=72°

AB=0.22*360=79.2°

b) Representa los datos en una gráfica circular.



Observa cómo construir una gráfica circular en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-12

TEN PRESENTE

- Un sector circular es una parte de un círculo delimitada por dos radios de este.
- El ángulo que determina a un sector circular se denomina ángulo central.
- Las gráficas circulares se usan para representar datos mediante sectores circulares.
- El tamaño (y el ángulo) de un sector circular es proporcional a la frecuencia del dato que representa.
- La frecuencia relativa de un dato se puede expresar en forma de fracción, como porcentaje o en notación decimal: $\frac{1}{4} = 25\% = 0.25$
- Para calcular la medida del ángulo central, se multiplica 360° por la frecuencia relativa expresada en notación decimal.

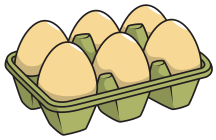
Proporcionalidad directa

2

Dos cantidades m y n varían de manera **directamente proporcional** si **el cociente** entre ellas es siempre **constante**, es decir, $m \div n = k$. A la constante k se le denomina **factor de proporcionalidad**.

En la siguiente tabla, el cociente $m \div n$ siempre es 3, es decir, m y n varían proporcionalmente.

m	3	9	15	45	60
n	1	3	5	15	20
$m \div n$	$3 \div 1 = 3$	$9 \div 3 = 3$	$15 \div 3 = 3$	$45 \div 15 = 3$	$60 \div 20 = 3$



El costo de cierta cantidad de huevo es directamente proporcional al costo de 1 kg de huevo.

Cuando dos cantidades A y B cambian de manera proporcional, la **constante de proporcionalidad** es el número tal que al multiplicar $\frac{1}{k}$ por una de las cantidades (A) produce el valor correspondiente de la otra cantidad (B), observa los ejemplos.

- En la tabla 1 la constante de proporcionalidad es $k = \frac{5}{4}$ y, por tanto, los valores de B se obtienen al multiplicar los de A por $\frac{5}{4}$.

Tabla 1, $k = \frac{5}{4}$

A	0	1	2	3	5
$\frac{A}{k}$	$0 \times \frac{5}{4} = 0$	$1 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$	$2 \times \frac{5}{4} = \frac{10}{4}$	$3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$	$5 \times \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$
B	0	1.25	2.5	3.75	6.25

- En la tabla 2 la constante de proporcionalidad es $k = 2.5$ y, por tanto, los valores de B se obtienen al multiplicar los de A por 0.4, pues $1 \div 2.5 = 0.4$.

Tabla 2, $k = 2.5$

A	0	1	2	3	4
$\frac{A}{k}$	$0 \times 0.4 = 0$	$1 \times 0.4 = 0.4$	$2 \times 0.4 = 0.8$	$3 \times 0.4 = 1.2$	$4 \times 0.4 = 1.6$
B	0	0.4	0.8	1.2	1.6

- En la tabla 3 la constante de proporcionalidad es $k = 0.25$ y, por tanto, los valores de B se obtienen al multiplicar los de A por 4, pues $1 \div 0.25 = 4$.

Tabla 3, $k = 0.25$

A	0	2	4	6	8
$\frac{A}{k}$	$0 \times 4 = 0$	$2 \times 4 = 8$	$4 \times 4 = 16$	$6 \times 4 = 24$	$8 \times 4 = 32$
B	0	8	16	24	32

La proporcionalidad directa en cada tabla se verifica con el cociente $A \div B$.

Encuentra en el siguiente video una explicación sobre cómo encontrar el factor constante de proporcionalidad.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-13

¿Cómo deben modificarse las recetas para hornear distintas cantidades?

Multiplicar por un factor de proporcionalidad fraccionario equivale a **multiplicar por dos factores sucesivamente**. Es decir, multiplicar por $\frac{a}{b}$ equivale a multiplicar primero por a y al resultado multiplicarlo por $\frac{1}{b}$ (también puede primero multiplicarse por $\frac{1}{b}$ y después por a), como se muestra a continuación:

- $2 \times \frac{4}{3} = 2 \times 4 \times \frac{1}{3} = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$; $2 \times \frac{4}{3} = 2 \times \frac{1}{3} \times 4 = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$
- $3 \times \frac{2}{3} = 3 \times 2 \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 2$; $3 \times \frac{2}{3} = 3 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{3}{3} \times 2 = 2$
- $1.5 \times \frac{2}{5} = 1.5 \times 2 \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$; $1.5 \times \frac{2}{5} = 1.5 \times \frac{1}{5} \times 2 = \frac{1.5}{5} \times 2 = \frac{3}{5}$
- $8 \times \frac{3}{4} = 8 \times 3 \times \frac{1}{4} = 24 \times \frac{1}{4} = \frac{24}{4} = 6$; $8 \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{1}{4} \times 3 = \frac{8}{4} \times 3 = \frac{24}{4} = 6$

1. Escribe los valores que hacen falta en la siguiente tabla de proporcionalidad directa.

A	42	63	84	126	147	168
B	8	12	16	24	28	32

a) ¿Cuál es el factor de proporcionalidad?

El factor de proporcionalidad es 5.25.

2. Subraya las situaciones en las cuales las cantidades varían de modo directamente proporcional.

a) La estatura de una persona y su edad
b) El costo de boletos individuales y la cantidad de personas
c) Las tazas de harina para preparar un determinado número de galletas

Observa ejemplos de cantidades que varían proporcionalmente en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-14

TEN PRESENTE

- Dos cantidades cambian de manera proporcional si el cociente entre ellas es constante (no varía).
- En una relación de proporcionalidad directa, la constante de proporcionalidad es el número que al multiplicarlo por una de las cantidades arroja el valor de la otra.
- Algebraicamente, una relación de proporcionalidad es de la forma $n = \frac{m}{k}$, donde m y n son las cantidades que varían y k es la constante de proporcionalidad (un número fijo).
- Multiplicar por $\frac{a}{b}$ equivale a multiplicar sucesivamente por $\frac{1}{b}$ y por a (o viceversa).

Ecuaciones lineales

3

Una **ecuación** es una **igualdad** (tiene el signo =) en la que hay una o más **cantidades desconocidas**, representadas mediante literales (letras). Por ejemplo:

- $3x - 1 = 2x + 3$
- $5y - 10 = 20$
- $z + 8 = 2z$
- $c + 5c - 144 = 0$

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita que hace la igualdad verdadera. Por ejemplo, para las ecuaciones anteriores se tiene:

- $x = 4$ es solución de la ecuación $3x - 1 = 2x + 3$, ya que si se sustituye x por 4, del lado izquierdo se obtiene que $3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$; en el lado derecho sucede que $2(4) + 3 = 8 + 3 = 11$, es decir, ambos lados satisfacen ser 11.
- $y = 6$ es solución de la ecuación $5y - 10 = 20$, pues si se sustituye y por 6 en la ecuación, se tiene que, efectivamente, $5(6) - 10 = 30 - 10 = 20$.
- $z = 8$ es solución de la ecuación $z + 8 = 2z$, pues si se sustituye z por 8 en la ecuación, se obtiene por un lado que $8 + 8 = 16$, que es lo mismo que $2(8) = 16$.
- $c = 24$ es solución de la ecuación $c + 5c - 144 = 0$, pues si se sustituye c por 24 en ella, se tiene que $24 + 5(24) - 144 = 24 + 120 - 144 = 144 - 144 = 0$.

Cuando se efectúa **la misma operación en ambos miembros** de una igualdad (a la izquierda y a la derecha del signo =), **la igualdad se mantiene**. Esta propiedad resulta útil para resolver ecuaciones, como se muestra a continuación.

- $$\begin{aligned} x + 5 &= 9 \\ x + 5 - 5 &= 9 - 5 \\ x &= 4 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 3n &= 75 \\ \frac{3n}{3} &= \frac{75}{3} \\ n &= 25 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} z - 11 &= 20 \\ z - 11 + 11 &= 20 + 11 \\ z &= 31 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} \frac{x}{4} &= 6 \\ \left(\frac{x}{4}\right)(4) &= (6)(4) \\ x &= 24 \end{aligned}$$

Para **verificar** si un número es solución de una ecuación, se sustituye la incógnita por dicho número. Si se cumple la igualdad, el número es solución de la ecuación; si la igualdad no se cumple, el número no es solución. Observa los ejemplos.

- Para la ecuación $3z - 8 = 2z$ y el número 8:
  $3(8) - 8 = 24 - 8 = 16$; $2(8) = 16$. Como la igualdad se cumple, 8 es solución de la ecuación.
- Para la ecuación $13x + 21 = 49 - 7x$ y el número 3:
  $13(3) + 21 = 39 + 21 = 60$; $49 - 21 = 28$; como $60 \neq 28$ la igualdad no se cumple, por lo tanto, 3 no es solución de la ecuación.

Al resolver una ecuación, imagina que debes manipular una balanza de tal manera que siempre quede equilibrada.

En el siguiente video se muestran más métodos para resolver ecuaciones como las anteriores.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-16

- Para la ecuación $5n + 3 = 7n - 1$ y el número 2:
  $5(2) + 3 = 10 + 3 = 13$; $7(2) - 1 = 14 - 1 = 13$. Como la igualdad se cumple, 2 es solución de la ecuación.
- Para la ecuación $y - 15 = \frac{y}{4}$ y el número 40:
  $40 - 15 = 25$; $\frac{40}{4} = 10$; como $25 \neq 10$, la igualdad no se cumple, es decir, 40 no es solución de la ecuación.

1. Calcula el valor numérico de las expresiones.

a) $4x - 12$, con $x = 5$

$4(5) - 12 =$
$20 - 12 = 8$

b) $42 - 5y + 2y$, con $y = 14$

$42 - 5(14) + 2(14) =$
$42 - 70 + 28 =$
$42 - 42 = 0$

2. Subraya las ecuaciones para las cuales $a = 8$ es solución.

a) $3a + 5 = 30 - 5$

b) $144 - 7a = 15a - 4a$

c) $7a + 12a - 13 = 22a$

d) $29 + \frac{21a}{14} = 5a$

a) $3(8) + 5 = 30 - 5$
$29 = 25$

b) $144 - 7(8) = 15(8) - 4(8)$
$88 = 88$

c) $7(8) + 12(8) - 13 = 22(8)$
$139 = 176$

d) $29 + \frac{21(8)}{14} = 5(8)$
$71 = 40$

3. Resuelve las ecuaciones.

a) $8x + 2 = 7x + 3$

$8x - 7x = 3 - 2$
$x = 1$

b) $\frac{3x}{2} = 6$

$3x = 6(2)$
$3x = 12$
$x = \frac{12}{3}$
$x = 4$

c) $3y - 2 = 2y + 1$

$3y - 2y = 1 + 2$
$y = 3$

d) $\frac{4z}{3} = 42$

$4z = 42(3)$
$4z = 126$
$z = \frac{126}{4}$
$z = \frac{63}{2} = 31.5$

e) $-4k + 3 = -8 + k + 3$

$-4k - k = -8 + 3 - 3$
$-5k = -8$
$k = \frac{-8}{-5}$
$k = 1.6$

f) $5m + 6 - 2 = 15 + 4 - 7 + 4m$

$5m - 4m = 15 + 4 - 7 - 6 + 2$
$m = 21 - 13$
$m = 8$

TEN PRESENTE

- Una ecuación es una igualdad con cantidades desconocidas.
- Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que hace verdadera la igualdad.
- Al hacer la misma operación en ambos miembros de una igualdad, esta se mantiene.
- Para verificar que un número es solución de una ecuación, hay que sustituirlo por la incógnita y ver si se cumple la igualdad.

Matemáticas 1 | Trimestre 3

División con números decimales. Variación lineal. Probabilidad y frecuencia

Prioriza Matemáticas 1 te ayudará a trabajar en los siguientes aprendizajes.

1. Resolver problemas de división con decimales
2. Analizar y comparar modelos de variación lineal a partir de su representación tabular, gráfica y algebraica. Interpretar y resolver problemas de variación lineal
3. Hacer experimentos aleatorios y registrar los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial

1

División con números decimales

En una división, al número que se divide se le llama dividendo; al que divide, divisor; y al resultado, cociente:

$5 \div 2 = 2.5$

En esta división, el 5 es el dividendo, el 2 es el divisor y 2.5 es el cociente.

Se dice que **dos divisiones** son **equivalentes** si sus **cocientes** son **iguales**, aunque tengan distintos divisores y dividendos. Para indicar que dos divisiones son equivalentes, se emplea el signo de igual (=). Por ejemplo:

- $15 \div 3 = 5$ es equivalente a $10 \div 2 = 5$, pues el cociente de ambas divisiones es 5. Es decir, $15 \div 3 = 10 \div 2$.
- $7 \div 2 = 3.5$ es equivalente a $21 \div 6 = 3.5$, pues el cociente de ambas divisiones es 3.5. Es decir, $7 \div 2 = 21 \div 6$.
- $20 \div 5 = 4$ es equivalente a $2 \div 0.5 = 4$, pues el cociente de ambas divisiones es 4. Es decir, $20 \div 5 = 2 \div 0.5$.
- $13 \div 1 = 13$ es equivalente a $26 \div 2 = 13$, pues el cociente de ambas divisiones es 13. Es decir, $13 \div 1 = 26 \div 2$.

Generalizando de modo algebraico tenemos que dos divisiones $a \div b$ y $c \div d$ son equivalentes cuando

$$a \div b = k \quad \text{y} \quad c \div d = k.$$

En cualquier división, si el **dividendo** y el **divisor se multiplican por un mismo número**, la **división resultante** es **equivalente** a la original. Por ejemplo:

- $8 \div 4 = 2$; $(8 \times 2) \div (4 \times 2) = 16 \div 8 = 2$
- $11 \div 2 = 5.5$; $(11 \times 3) \div (2 \times 3) = 33 \div 6 = 5.5$
- $1 \div 4 = 0.25$; $(1 \times 5) \div (4 \times 5) = 5 \div 20 = 0.25$
- $6 \div 8 = 0.75$; $(6 \times 4) \div (8 \times 4) = 24 \div 32 = 0.75$

Para generalizar la propiedad anterior de forma algebraica, basta observar que

si $a \div b = k$ entonces $(a \times c) \div (b \times c) = k$ si c es cualquier entero.

O viéndolo como fracción tenemos que

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = k$$

La propiedad anterior es muy útil para simplificar y resolver **divisiones con punto decimal**, pues al multiplicar el divisor y el dividendo por la potencia de 10 adecuada (10, 100, 1000, …), se obtiene una división sin punto decimal (más fácil de resolver), pero con el mismo cociente. Por ejemplo:

- $10.5 \div 1.5 = (10.5 \times 10) \div (1.5 \times 10) = 105 \div 15 = 7$
- $9.3 \div 3 = (9.3 \times 10) \div (3 \times 10) = 93 \div 30 = 3.1$
- $0.81 \div 0.09 = (0.81 \times 100) \div (0.09 \times 100) = 81 \div 9 = 9$
- $4.444 \div 0.002 = (4.444 \times 1000) \div (0.002 \times 1000) = 4444 \div 2 = 2222.$

Con el algoritmo de la división, esto se ve del siguiente modo:

A

$$3.21\overline{)\,770.4}$$

$\longrightarrow$

B

$$\begin{array}{r} 240 \\ 321\overline{)\,77040} \\ 1284 \\ 00 \end{array}$$

$\longrightarrow$

A

$$\begin{array}{r} 240 \\ 3.21\overline{)\,770.4} \\ 0 \end{array}$$

Es decir, para resolver la división A, se transforma en la división B al multiplicar por 100 dividendo y divisor y así, el cociente es el mismo que el de la división A.

Otra manera de resolver **divisiones con punto decimal** es **expresar los números en forma de fracción** y usar el algoritmo usual para dividir fracciones (numerador por denominador y se anota arriba, denominador por numerador y se anota abajo) como en los siguientes ejemplos.

- $2.4 \div 0.8 = \frac{24}{10} \div \frac{8}{10} = (24 \times 10) \div (8 \times 10) = 240 \div 80 = 3$
- $3.6 \div 0.03 = \frac{36}{10} \div \frac{3}{100} = (36 \times 100) \div (3 \times 10) = 3600 \div 30 = 120$
- $12.4 \div 0.008 = \frac{124}{10} \div \frac{8}{1000} = (124 \times 1000) \div (8 \times 10) = 124000 \div 80 = 1550$
- $8.25 \div 3.3 = \frac{825}{100} \div \frac{33}{10} = (825 \times 10) \div (33 \times 100) = 8250 \div 3300 = 2.5$

Veamos un ejemplo: Gemma y Erick corrieron 10.8 km un domingo por la mañana. Si la pista sobre la que corren mide 1.25 km, ¿cuántas vueltas le dieron?

La división que resuelve el problema es $10.8 \div 1.25$ que es equivalente a

$$\begin{array}{r} 8.64 \\ 125\overline{)\,1080.0} \\ 800 \\ 500 \\ 0 \end{array}$$

por lo tanto, le dieron 8.64 vueltas a la pista.

Repasa la utilidad de las divisiones equivalentes con el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-91

1. Completa la tabla efectuando las divisiones. Luego completa las frases.

División	Cociente	¿El cociente es mayor o menor que el dividendo?	¿El cociente es mayor o menor que 1?
9.345 ÷ 0.25	37.38	mayor	mayor
9.345 ÷ 1.78	5.25	menor	mayor
9.345 ÷ 15.575	0.6	menor	menor
2.6 ÷ 0.8	3.25	mayor	mayor
2.6 ÷ 1.625	1.6	menor	mayor
2.6 ÷ 6.5	0.4	menor	menor

a) Si el divisor es menor que el dividendo y menor que 1, el cociente es

mayor que el dividendo.

b) Si el divisor es menor que el dividendo y mayor que 1, el cociente es

mayor que 1 y menor que el dividendo.

c) Si el divisor es mayor que el dividendo, el cociente es

menor que 1.

2. Resuelve los problemas.

a) Se tienen 18.3 L de agua de horchata, ¿cuántas botellas de 750 mL pueden llenarse?

$\frac{18.3}{0.750}$ = 24.4. Pueden llenarse 24.4 botellas.

b) Rocío tiene 3.55 kg de pimienta y quiere hacer bolsitas de 50 g, ¿cuántas bolsitas podrá llenar?

$\frac{3.55}{0.050}$ = 71. Podrá llenar 71 bolsitas.

TEN PRESENTE

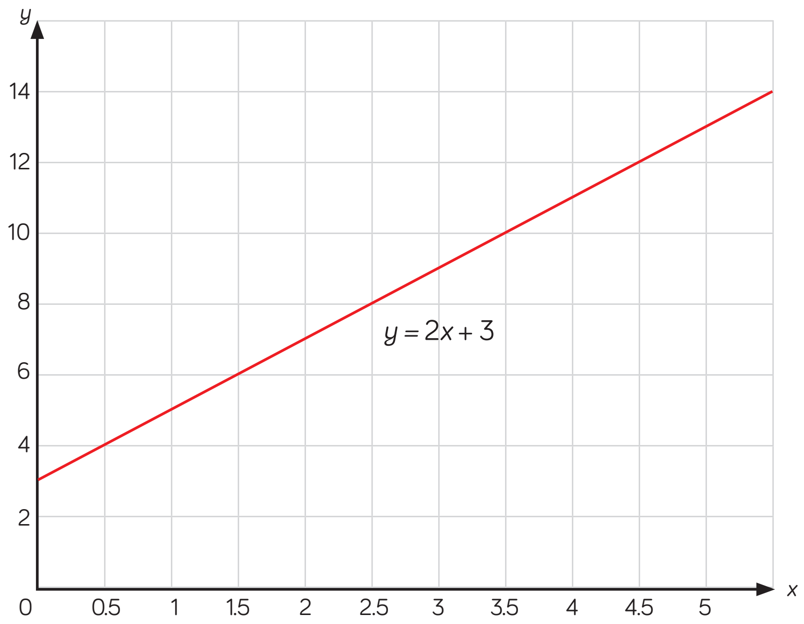
- Dos divisiones son equivalentes si sus cocientes son iguales.
- Al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, la nueva división es equivalente a la original.
- Si en una división con números decimales se multiplica al numerador y al denominador por la potencia de 10 adecuada (10, 100, 1000, 10000…), se obtiene una división equivalente, pero sin punto decimal.
- Una manera de resolver divisiones con punto decimal es escribir los números en forma de fracción y resolver la división de fracciones resultante.

Variación lineal

Una relación entre dos cantidades del tipo $y = mx + b$, donde x y y son variables (cantidades que varían); y m y b son constantes (números fijos) se denomina **lineal**, pues al trazar la gráfica correspondiente se obtiene, precisamente, una línea recta. A la expresión $y = mx + b$ se le llama **ecuación de la recta**.

Por ejemplo, la relación que a cada número le asocia su doble más tres unidades es lineal, pues puede escribirse como $y = 2x + 3$.

x	0	0.5	1	2	4.5	10
$2x$	$2(0) + 3 = 3$	$2(0.5) + 3 = 4$	$2(1) + 3 = 5$	$2(2) + 3 = 7$	$2(4.5) + 3 = 12$	$2(10) + 3 = 23$
y	3	4	5	7	12	23



En la ecuación de la recta $y = mx + b$, la b recibe el nombre de **ordenada al origen** y tiene dos interpretaciones:

- Geométrica. Es el punto donde **la recta corta al eje *y***.
- Algebraica. Es el **valor de *y*** cuando ***x* vale 0** (es decir, $x = 0$).

En el ejemplo anterior, la ordenada al origen es 3 pues al sustituir $x = 0$ en la ecuación, tenemos que $y = 2(0) + 3 = 3$. Nota en la gráfica que, efectivamente, la recta corta al eje y en el 3.

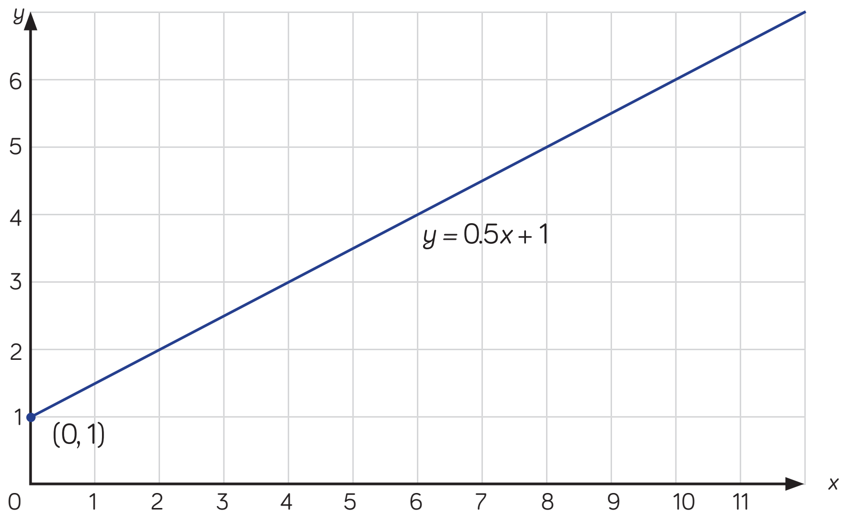
Una situación que podría ser modelada con esta gráfica sería la siguiente.

Imagina que una plantita crece 2 cm por mes a partir de que alcanza una altura de 3 cm. En el primer mes ($x = 1$) la altura de la planta será de 5 cm; en el mes 3 ($x = 3$), la planta medirá 9 cm. ¿Cuánto medirá en el mes 10?

Observa en el siguiente video cómo graficar una recta a partir de su ecuación.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-17

Veamos otro ejemplo: En un laboratorio se descubrió que cierto tipo de lombriz crece medio centímetro por mes a partir de que mide 1 cm; es decir, el crecimiento de la lombriz está modelado por la recta $y = 0.5x + 1$; donde x es el tiempo transcurrido en meses y y, la longitud en centímetros de la lombriz.

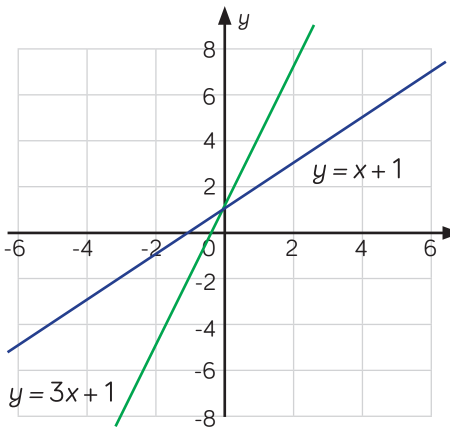
La gráfica se ve como sigue.

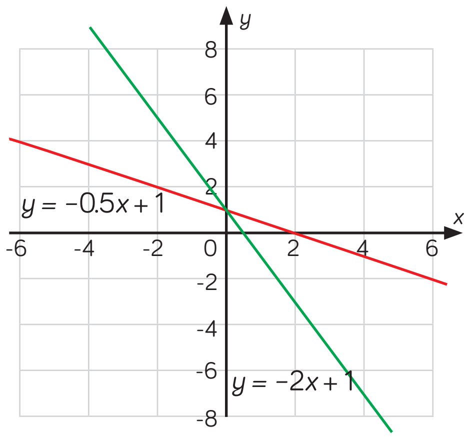


- Interpretación geométrica: la recta corta al eje y en el punto (0, 1).
- Interpretación algebraica: el valor de y cuando $x = 0$ es 1, pues $y = 0.5(0) + 1 = 1$.

¿Cuánto medirá la lombriz a los 6 meses?

Si **dos o más rectas** tienen la **misma ordenada al origen**, comparten un **punto en común** (la intersección con el eje vertical):

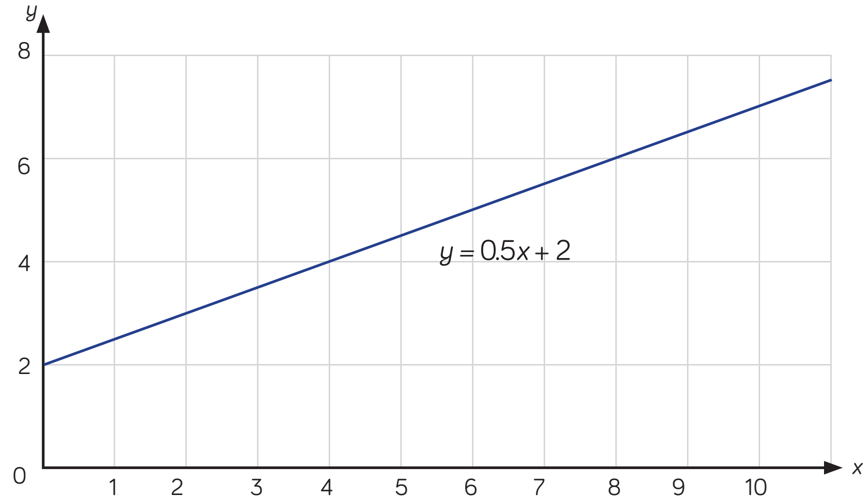




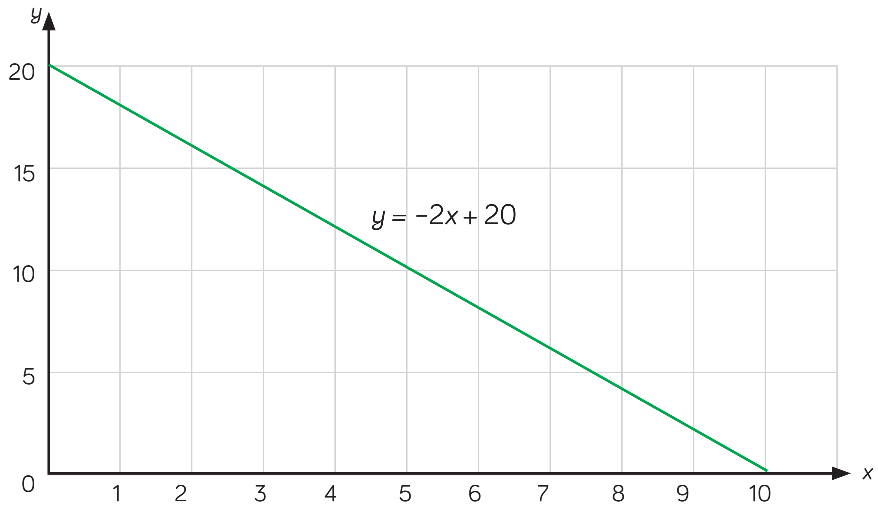
Observa en las gráficas anteriores cómo, en la ecuación $y = mx + b$, la m es la que determina la **inclinación de la recta**; por ello, recibe el nombre de **pendiente**. ¿Cómo es m en las rectas de la derecha? ¿Cómo es en las de la izquierda?

Aprende más sobre la pendiente en el siguiente artículo.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-92

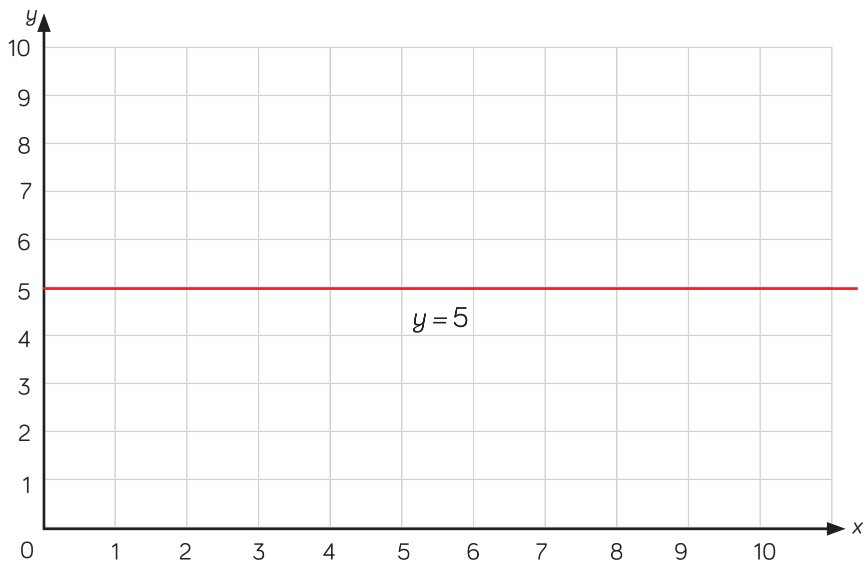
- Si m es positiva, la recta va hacia arriba (de izquierda a derecha).



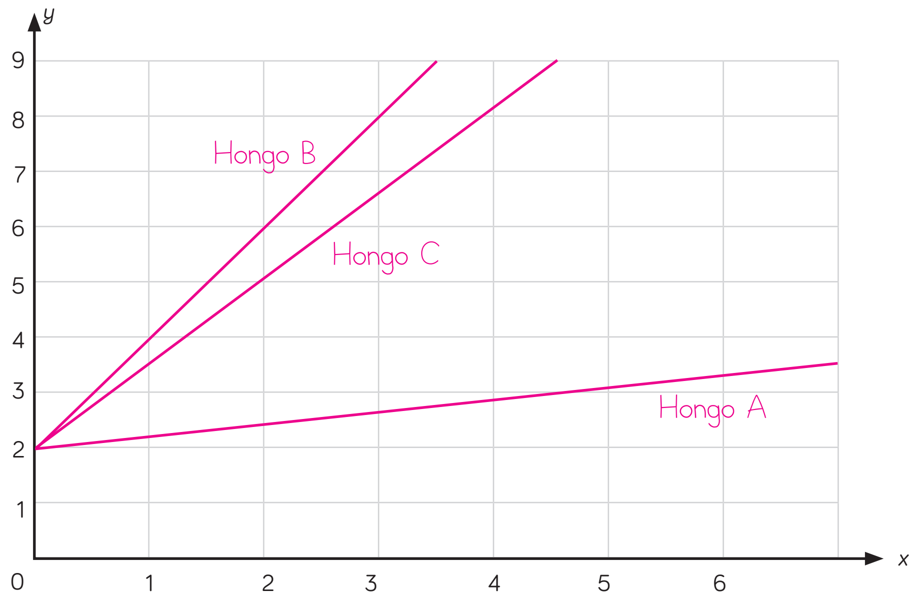
- Si m es negativa, la recta va hacia abajo (de izquierda a derecha).



- Si m es 0, la recta es paralela al eje x (horizontal).



1. En un laboratorio se registró el crecimiento semanal de tres hongos a partir de que miden 2 cm. Las ecuaciones que modelan su crecimiento son:
Hongo A: $y = 0.25x + 2$; Hongo B: $y = 2x + 2$ y Hongo C: $y = 1.5x + 2$
   a) Grafica las rectas.



   b) ¿Qué hongo se mantiene por debajo de los 10 cm después de 8 semanas?

   El hongo A.

Aprende más sobre familias de rectas (rectas con la misma pendiente o con la misma ordenada al origen) en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M1-19

TEN PRESENTE

- Las relaciones lineales son de la forma $y = mx + b$, donde x y y son variables (números que varían), y m y b son constantes (números fijos).
- En la ecuación de una recta, $y = mx + b$, la m determina la inclinación de la recta y recibe el nombre de pendiente de la recta.
- Las rectas con la misma pendiente (m) son paralelas.
- En la ecuación de una recta, $y = mx + b$, la b, llamada ordenada al origen, corresponde al valor de y en el punto donde la gráfica corta al eje vertical (es decir, el valor de y cuando $x = 0$).
- Las rectas con la misma ordenada al origen tienen como punto común la intersección con el eje vertical.

Probabilidad y frecuencia

3

El **espacio muestral** de un experimento aleatorio es el conjunto de **todos los resultados posibles**. Por ejemplo, el espacio muestral del experimento "lanzar un dado de seis caras y una moneda juntos" es

{(1, A), (1, S), (2, A), (2, S), (3, A), (3, S), (4, A), (4, S), (5, A), (5, S), (6, A) y (6, S)}.

La probabilidad teórica de obtener águila en el lanzamiento de una moneda es $\frac{1}{2}$ pues es una de solo dos opciones posibles. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 1 en el lanzamiendo de un dado?

En un experimento aleatorio, la **frecuencia absoluta** de un evento es el **total de veces que se obtuvo** el evento. Por ejemplo:

- Si se lanza un dado 10 veces y en 4 de esos lanzamientos se obtuvo un número par, la frecuencia absoluta del evento A = {Obtener número par} es 4.
- Si se extraen pelotas de colores de un contenedor y en 2 de las extracciones la pelota es azul, la frecuencia absoluta del evento B = {Sacar bola azul} es 2.

En un experimento aleatorio, la **frecuencia relativa** o **probabilidad frecuencial** de un evento es la razón "**número de veces** que se obtuvo el evento/**total de veces** que se hizo el experimento". Por ejemplo:

- Si se lanza una moneda 10 veces y en 7 de los volados se obtiene águila, la probabilidad frecuencial del evento C = {Obtener águila} es $\frac{7}{10}$.
- Si se sacan 5 cartas de una baraja inglesa y 2 de ellas son de corazones, la probabilidad frecuencial del evento D = {Obtener corazón} es $\frac{2}{5}$.

La **frecuencia relativa** o **probabilidad frecuencial** suele expresarse como una **fracción**, pero también es posible representarla mediante **un número decimal** o con un **porcentaje**. Por ejemplo:

- Si el evento C se obtuvo en 7 de 10 ocasiones, la probabilidad frecuencial es $\frac{7}{10} = 0.7 = 70\%$.
- Si el evento D se obtuvo en 2 de 5 ocasiones, la probabilidad frecuencial es $\frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$.

¿Cuál es la probabilidad frecuencial de que, al sacar 5 cartas, dos sean negras?

La **probabilidad frecuencial** puede ser útil para **estimar qué tan probable** es que ocurra un evento, siempre y cuando el experimento se repita **suficientes veces**. Por ejemplo:

- Si se lanzan solo 3 volados y en todos cae águila, la probabilidad frecuencial del evento A = {cae águila} es $\frac{3}{3} = 1 = 100\%$. Sin embargo, esta probabilidad (100%) da la falsa idea de que al lanzar un volado siempre caerá águila.
- Si se lanzan 50 volados y en 22 de ellos cae sol, la probabilidad frecuencial del evento B = {cae sol} es $\frac{22}{50} = 0.44 = 44\%$. En este caso, la probabilidad frecuencial (0.44) es cercana a la **probabilidad teórica** de obtener sol que es $\frac{1}{2} = 0.5$.

1. Consigue un par de dados y efectúa 10 lanzamientos, en cada uno, registra con una ✔ si el evento sucedió o con una ✘ si no. Luego responde. R. P.

	Lanzamiento									
Evento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
La suma es 7										
Un dado cae 3 y el otro 6										
Ambos caen en el mismo número										
La suma es par										

a) ¿Cuál es la probabilidad frecuencial de cada evento?

R. P.

2. Repite el lanzamiento, pero ahora 50 veces, y calcula de nuevo la probabilidad frecuencial de cada evento. Luego responde.

a) Para cada evento, ¿qué tanto varía su probabilidad frecuencial en el caso de 10 lanzamientos respecto a la de 50?

R. P.

b) ¿Cómo calcularías la probabilidad teórica de cada evento? ¿Cuál de las probabilidades frecuenciales anteriores piensas que se le acerque más?

R. P.

TEN PRESENTE

- La frecuencia absoluta de un evento es el número de veces que se obtiene dicho evento.
- La frecuencia relativa de un evento es la razón “número de veces que se obtuvo el evento/total de veces que se hizo el experimento”.
- La frecuencia relativa se puede expresar como fracción, como número decimal o en porcentaje.
- Si se repite un experimento suficientes veces, la probabilidad frecuencial da una idea de qué tan probable es que un evento suceda.