Matemáticas 2 | Trimestre 1

La multiplicación y división de enteros, las expresiones algebraicas de área y perímetro, y el área de polígonos

Prioriza Matemáticas 2 te ayudará a trabajar en los siguientes aprendizajes.

1 Resolver problemas de multiplicación y división con números enteros

2 Formular expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras)

3 Calcular el área de polígonos regulares a partir de diferentes datos

1 Multiplicación y división de enteros

Una **multiplicación** de números enteros se expresa de **varias maneras**.

- Con el símbolo de multiplicación: +4 × (–3)
- Con paréntesis: +4(–3); (+4) – 3; (+4) (–3)
- Con un punto: +4 • –3

Cuando **se usan literales no se coloca el símbolo de multiplicación (×)**, pues **puede confundirse** con la **literal *x***. Por ejemplo, 5*a* significa "cinco veces *a*" o "cinco por *a*", –5*a* significa "menos cinco por *a*", 3*x* significa "tres veces *x*" o "tres por *x*", *ab* significa "*a* por *b*", etcétera.

Para indicar que un número es **positivo no es necesario colocar el símbolo +**, pero tampoco es incorrecto usarlo.

Por ejemplo, (+5) (+3) = (5) (+3) = (+5) (3) = (5) (3) = +15 = 15.

Al **multiplicar o dividir** dos números enteros:

- si ambos tienen el **mismo signo** (ambos son positivos o ambos negativos), el **resultado** es **positivo**, por ejemplo:
  (–5) (–8) = +40;
  –8 ÷ –2 = +4;
  (5) (8) = +40;
  8 ÷ 2 = +4.

Este video resume las reglas para multiplicar y dividir números enteros con signo.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-01

- si los números tienen **distinto signo** (uno es positivo y el otro es negativo) el **resultado** es **negativo**, por ejemplo:
  $(-5)\,(8) = -40$; $(5)\,(-8) = -40$;
  $-8 \div 2 = -4$; $8 \div -2 = -4$.

Las **reglas** anteriores también funcionan para **números con signo** no enteros (por ejemplo, fracciones y decimales).

- Signos **iguales**, resultado **positivo**:
  $(-0.25)\,(-2) = +0.5$
  $-0.5 \div -2 = +0.25$
  $\left(-\frac{1}{4}\right)(-2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
  $\left(-\frac{1}{4}\right) \div (-2) = \frac{1}{8}$
- Signos **diferentes**, resultado **negativo**:
  $\left(-\frac{1}{4}\right)(2) = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$
  $\left(-\frac{1}{4}\right) \div (2) = -\frac{1}{8}$
  $(-0.25)\,(2) = -0.5$
  $-0.5 \div 2 = -0.25$

Si se multiplican varios números con signo y...

- la **cantidad de factores negativos es par, el resultado** es **positivo**; por ejemplo, $(-2)\,(-3)\,(-4)\,(5)\,(-6)\,(7)\,(8) = +40320$, pues hay cuatro factores negativos y 4 es número par.
- **la cantidad de factores negativos es impar**, el **resultado** es **negativo**; por ejemplo, $(-2)\,(3)\,(-4)\,(5)\,(-6)\,(7)\,(8) = -40320$, pues hay tres factores negativos y 3 es número impar.

Al **dividir** cualquier número (positivo o negativo) **entre 1** siempre se obtiene el **número original**; por ejemplo:
$-3.7 \div 1 = -3.7$;
$-\left(\frac{1}{4}\right) \div (1) = -\frac{1}{4}$;
$28.13 \div 1 = 28.13$.

Al **dividir** cualquier número **entre –1** siempre se obtiene el **opuesto o simétrico** del número original; por ejemplo:
$-3.7 \div -1 = 3.7$;
$-\left(\frac{1}{4}\right) \div (-1) = \frac{1}{4}$;
$28.13 \div -1 = -28.13$.

El siguiente video muestra más ejemplos para multiplicar y dividir fracciones con signo.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-03

1. Responde lo que se pide.
   a) Si al multiplicar o dividir dos números enteros, ambos tienen el mismo signo (positivo o negativo), el resultado es: positivo.
   b) Escribe un ejemplo de multiplicación con números con signos iguales:
   R. T. $-5 - -3 = 15$
   c) Al multiplicar o dividir números con signos distintos, el resultado es: negativo.
   d) Escribe dos ejemplos de multiplicación con literales:
   R. T. $7a - 5$; $3x - y$
   e) ¿Con qué signo se representa la multiplicación cuando se trata de números con literales? Con el signo (–).
   f) Son ejemplos de números con signos no enteros. R. T. –2.25, +23.755.
   g) Cuando se multiplican varios números con signos distintos, ¿qué sucede?
   Si la cantidad de factores con signo negativo es impar, el resultado es negativo; si es par, es positivo.

TEN PRESENTE

- Hay varias maneras de expresar una misma multiplicación.
- Cuando se trabaja con literales, conviene usar paréntesis para expresar multiplicación.
- Si se multiplican o dividen dos números con el mismo signo, el resultado es positivo.
- Al multiplicar o dividir dos números con distinto signo, el resultado es negativo.
- Si se multiplica una cantidad par de factores negativos, el resultado es positivo; si la cantidad de factores negativos es impar, el resultado es negativo.
- Cualquier número dividido entre 1 da como resultado el número original.
- Si se divide cualquier número entre –1, se obtiene el opuesto o simétrico del número original.

Expresiones algebraicas de área y perímetro

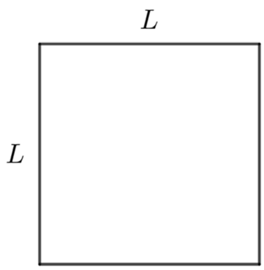
2

Las **expresiones equivalentes** son aquellas que **se escriben diferente**, pero **expresan el mismo valor**. Por ejemplo, $2(x + x)$ es equivalente a $4x$, para cualquier valor de x, como se observa a continuación.

- Si $x = 3$, $2(x + x) = 2(3 + 3) = 2(6) = 12$; $4x = 4(3) = 12$.
- Si $x = –7$, $2(x + x) = 2[(–7) + (–7)] = 2(–14) = –28$; $4x = 4(–7) = –28$
- Si $x = 1.2$, $2(x + x) = 2(1.2 + 1.2) = 2(2.4) = 4.8$; $4x = 4(1.2) = 4.8$
- Si $x = 0$, $2(x + x) = 2(0 + 0) = 2(0) = 0$; $4x = 4(0) = 0$
- Si $x = 2$, $2(x + x) = 2(2 + 2)$ …

En las fórmulas de **área y perímetro** de figuras suelen aparecer **expresiones equivalentes**, como en estos ejemplos.

- El perímetro (P) de un cuadrado puede expresarse como $P = L + L + L + L$, donde L representa la medida de un lado; pero también puede expresarse como $P = 4L$. Es decir, las expresiones $L + L + L + L$ y $4L$ son equivalentes (valen lo mismo para cualquier número L). Esto se indica uniendo ambas expresiones con un signo de igual: $L + L + L + L = 4L$.

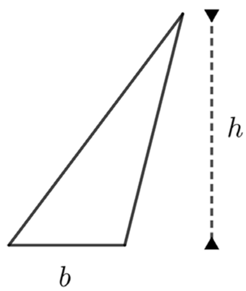


$$P = L + L + L + L$$

$$P = 4L$$

$$P = L + L + L + L = 4L$$

- El área (A) de un triángulo puede expresarse como $A = \frac{bh}{2}$, donde b representa una base del triángulo y h la altura correspondiente. Pero también puede expresarse como $A = (\frac{(b)}{2})h$, o bien, como $A = (\frac{h}{2})b$; es decir, las expresiones $\frac{(3)}{2}$, $(\frac{bh}{2})h$, $(\frac{(h)}{2})b$ son equivalentes (valen lo mismo para b o h), lo que se expresa mediante la igualdad $bh/2 = (\frac{b}{2})h = (\frac{h}{2})b$.



$$A = \frac{bh}{2}$$

$$A = (\frac{h}{2})b$$

$$A = (\frac{b}{2})h$$

$$A = \frac{bh}{2} = (\frac{h}{2})b = (\frac{b}{2})h$$

Observa otro ejemplo de expresiones equivalentes referidas al área de una figura en el siguiente video.

www.e-sm.com.mx/CeS-M2-04

Este video muestra cómo transformar expresiones algebraicas para verificar su equivalencia.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-05

Una manera de verificar que dos expresiones son equivalentes es reescribir una de ellas para obtener la otra. Por ejemplo, la expresión $4(a + 2b)(3)$ es equivalente a $6(2a + 4b)$ como se muestra enseguida.

- Se multiplica 4 por el primer paréntesis para obtener $4(a + 2b)(3) = (4a + 8b)(3)$;
- Se desarrolla el nuevo producto y resulta $(4a + 8b)(3) = 12a + 24b$;
- Se factoriza usando el 6 como factor común y se obtiene $12a + 24b = 6(2a + 4b)$.

1. Expresa en lenguaje algebraico los enunciados.

a) Juan tiene el quíntuplo de la edad que yo tengo.

$x = 5y$

b) Alicia tiene $20.00 menos que la mitad de lo que tiene Luis.

$a = \frac{b}{2} - 20$

c) El producto de dos números consecutivos impares.

$(2n - 1)(2n + 1)$; con n un número entero.

2. Una compañía cobra las llamadas de 8:00 a. m. a 4:00 p. m. en 6¢ por minuto, y de las 4:00 p. m. hasta el día siguiente en 3¢ por minuto.

a) Expresa, en lenguaje algebraico, cuánto se paga por los minutos hablados.

De 8:00 a.m. a 4:00 p.m. es $6x$, de 4:00 p.m. en adelante es $3x$.

b) ¿Cuánto pagará Pedro si en un mes habló 32 min en horario de mañana (antes de las 16:00 h) y 102 min en horario de la tarde (después de las 16:00 h)?

$6(32) + 3(102) = 498$; pagará $498.00

3. ¿Cuál es el área de un hexágono regular si cada lado es $\frac{3}{4}$ de la apotema $(x - 1)$?

El área es $\frac{[6(\frac{3}{4})(x-1)^2]}{2}$

4. El cuadrado de un número menos la tercera parte de este es igual a 8, ¿cuál es ese número?

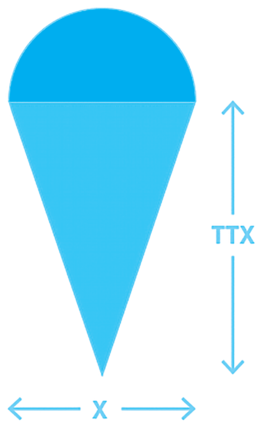
Existen dos opciones: $x = \frac{-8}{3}$ y $x = 3$

5. Desarrolla los cuadrados.

a) $(3x - 5)^2$ = $9x^2 - 15x + 25$

b) $(7 - 6y)^2$ = $49 - 42y + 36y^2$

6. Calcula el área de la figura.



El área de la media circunferencia es $\pi(\frac{x}{2})^2$.
Y el área del triángulo es $\frac{T^2x^2}{2}$;
por lo tanto, el área de la figura es

$$\pi(\tfrac{x}{2})^2 + \frac{T^2X^2}{2};$$

7. Calcula el volumen de un cilindro cuya altura es $\frac{5}{3}$ del valor de su radio. Utiliza el espacio a continuación para que lo dibujes o hagas anotaciones.

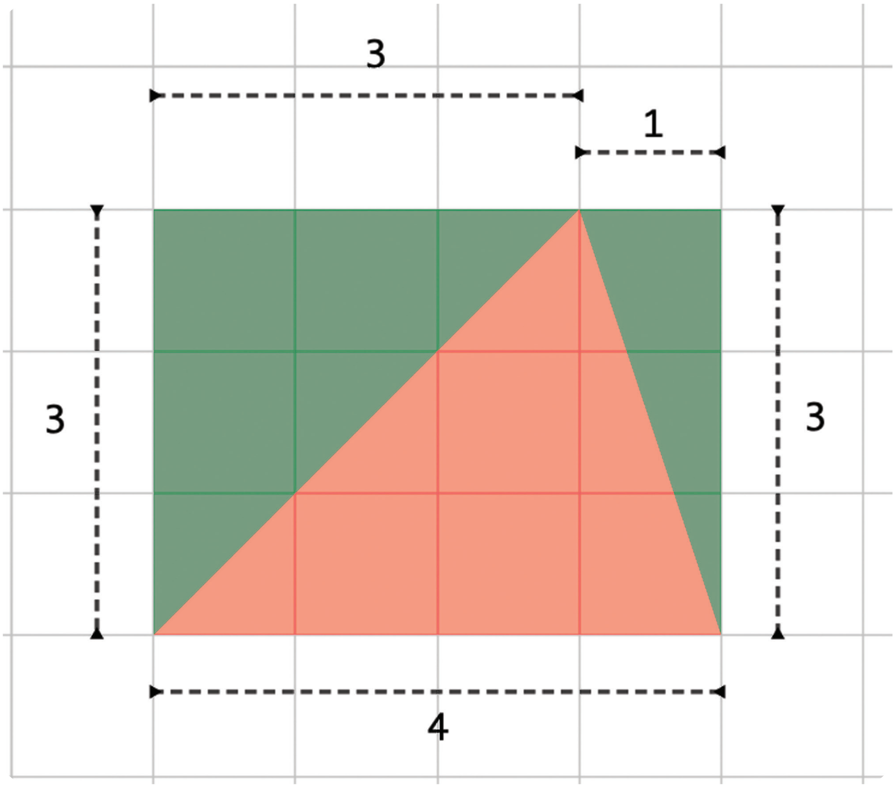
La fórmula del volumen del cilindro es $\pi r^2 \times h$; por lo tanto, el volumen de este cilindro está dado por $\pi r^2 \times (\frac{5}{3} r)$.

TEN PRESENTE

- Las expresiones equivalentes son aquellas que valen siempre lo mismo, aunque estén escritas de manera distinta.
- Si dos expresiones algebraicas (con literales) son equivalentes, siempre se obtiene el mismo resultado al asignar valores a las literales.
- En contextos geométricos suelen aparecer expresiones equivalentes.
- $L + L + L$ y $3L$ son dos maneras distintas de expresar el perímetro de un triángulo equilátero de lado L.
- Que dos expresiones algebraicas den el mismo resultado para un solo valor de la literal no garantiza que sean equivalentes.
- Una manera de verificar que dos expresiones son equivalentes es reescribir una de ellas hasta obtener lo otra.

Perímetro y área de polígonos

En general, siempre hay más de una manera para resolver problemas de área y perímetro de figuras. Por ejemplo, para saber qué superficie es mayor, si la verde o la roja en esta figura.



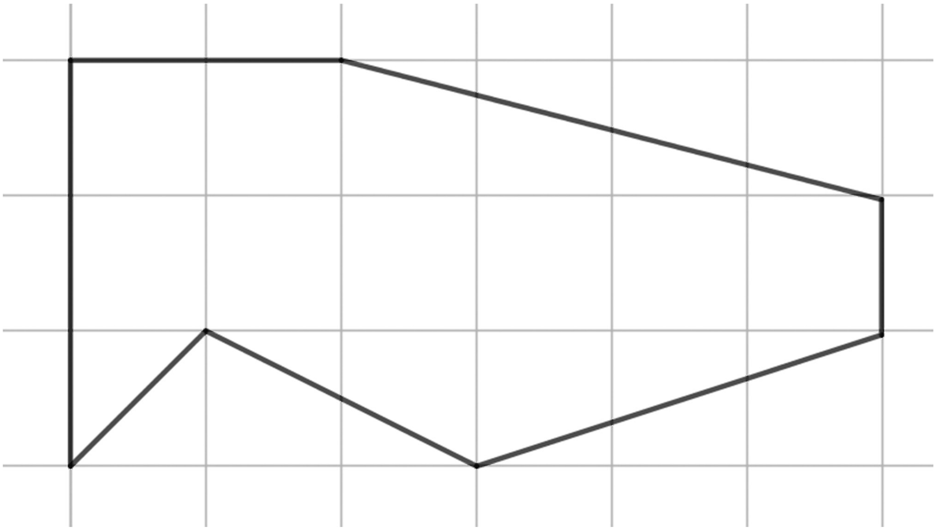
- La parte verde está formada por dos triángulos de áreas $(3)\frac{(3)}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$ y $(3)\frac{(1)}{2} = \frac{(3)}{2} = 1.5$, entonces la superficie verde mide $4.5 + 1.5 = 6$ unidades cuadradas. La parte roja corresponde a un triángulo de área $(4)\frac{(3)}{2} = \frac{12}{2} = 6$; entonces, la superficie roja también mide 6 unidades cuadradas; es decir, ambas superficies (roja y verde) miden lo mismo.
- La figura completa es un rectángulo de área $3 \times 4 = 12$ unidades cuadradas y la superficie roja mide $(4)\frac{(3)}{2} = \frac{12}{2} = 6$ unidades cuadradas. Así, la parte verde mide $12 - 6 = 6$ unidades cuadradas. De nuevo, ambas superficies (roja y verde) miden lo mismo.

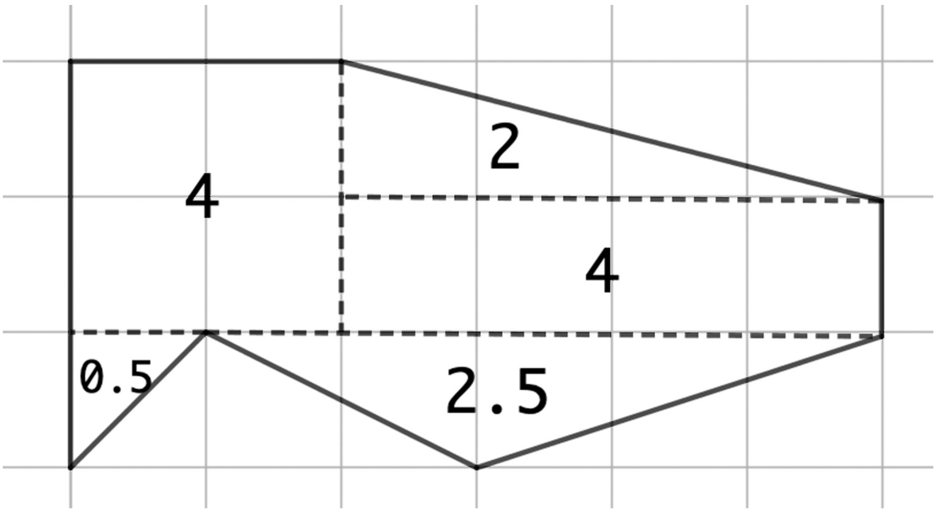
Recuerda que se le llama **unidades cuadradas** porque tienen un centímetro de largo y **centímetros cuadrados** porque el patrón de medida para cubrir toda el área es un cuadrado.

De igual modo, bastaría multiplicar la medida de sus dos dimensiones para obtener el área.

Este video muestra de dónde se obtienen las fórmulas para calcular el área de algunos polígonos comunes.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-06

Una manera de calcular el área de un polígono sin usar fórmula (por ejemplo, si el polígono es irregular o si no conocemos la fórmula) es dividirlo en figuras cuya área sepamos calcular, por ejemplo, triángulos o rectángulos, y sumar las áreas parciales para obtener el área total, como se muestra a continuación.



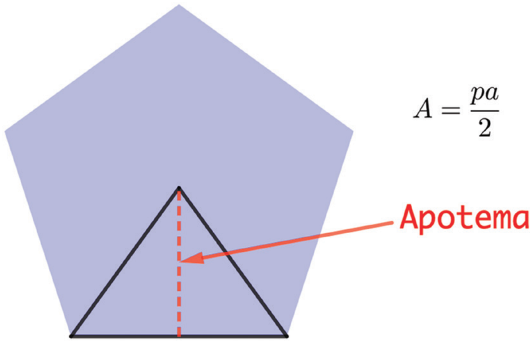


La figura quedó dividida en:

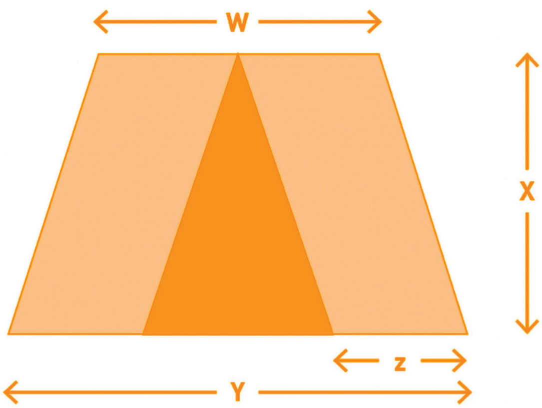
- un cuadrado cuyo lado mide 2 unidades y, por tanto, su área es $2 \times 2 = 4$ unidades cuadradas;
- un rectángulo que mide 4 unidades de largo y 1 de ancho, y su área es $4 \times 1 = 4$ unidades cuadradas;
- un triángulo cuya base y altura miden 1 unidad (cada una), y su área es $(1)\frac{(1)}{2} = \frac{1}{2}$ unidad cuadrada;
- otro triángulo que mide 4 unidades de base, 1 unidad de altura, y su área es $(4)\frac{(1)}{2} = \frac{4}{2} = 2$ unidades cuadradas;
- un tercer triángulo que mide 5 unidades de base, 1 unidad de altura, y su área es $(5)\frac{(1)}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ unidades cuadradas;
- así, el área total es $4 + 4 + 0.5 + 2 + 2.5 = 13$ unidades cuadradas.

En este video hay más ejemplos de cómo dividir un polígono en figuras más simples para calcular su área.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-07

- Para calcular el área de un polígono regular se usa la fórmula $A = \frac{pa}{2}$, donde A es el área, p es el perímetro y a es la apotema (perpendicular trazada desde el centro de la figura a cualquiera de sus lados). Esta fórmula se origina al dividir el polígono en triángulos iguales que comparten un vértice en el centro del polígono.



1. Calcula, en términos algebraicos, el área oscura de la figura. Utiliza el recuadro inferior para hacer operaciones y escribir tu respuesta.



El área oscura está dada por:

$$\frac{(y - 2z)\,x}{2}$$

2. Comprueba las igualdades.

a) $a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

b) $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^2 + b^4)$

c) $(a - b - c)(-a - b - c) = (b + c)^2 - a^2$

a) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 - a^3b$
$- a^2b^2 - ab^3 - b^4 = a^4 - b^4$ Sí se cumple.

b) $(a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^2 + b^4) = a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^2$
$+ ab^4 + a^4b - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^3 + b^5$
$= a^5 - a^2b^2 + ab^4 + a^2b^3 - ab^3 + b^5$ No se cumple.

c) $(a - b - c)(-a - b - c) = -a^2 - ab - ac + ab + b^2$
$+ bc + ac + bc + c^2$
$= -a^2 + b^2 + bc + bc + c^2 = (b + c) - a^2$ Sí se cumple.

3. Calcula el volumen de una pirámide de base cuadrada que mide $3xw$ de lado y cuya altura es el cuádruple de uno de sus lados.

La fórmula del volumen de una pirámide es

$$V = \frac{\text{área de la base} \times \text{altura}}{3};$$

para esta pirámide particular es

$$V = \frac{(\text{lado}^2 \times \text{altura})}{3} = L^2 - \frac{h}{3}$$

y sustituyendo que $L = 3xw$ y $h = 4(3xw)$, se tiene que

$$V = \frac{(9x^2w^2 \times 12xw)}{3} = 36x^3w^3$$

4. ¿Cuál es el área de la base y el volumen de un prisma de base hexagonal si cada lado mide $3x + 2$, la apotema está dada por $8x - 2$ y su altura es $5x + 9$?

El área de la base del prisma es

$$A_b = \frac{\text{perímetro} - \text{apotema}}{2} = \frac{p \times a}{2}$$

y sustituyendo $p = 6(3x + 2)$ y $a = 8x - 2$ tenemos que

$$A_b = 3(3x + 2)(8x - 2).$$

De este modo, el volumen del prisma está dado por

$$V = \frac{(A_b \times h)}{3} = \frac{[3(3x + 2)(8x - 2) - (5x + 9)]}{3}$$
$$= (3x + 2)(8x - 2) - (5x + 9).$$

5. Si el área de la base de una pirámide es igual a $\frac{5}{4}x^2 - \frac{6}{7}x + 9$ y de altura tiene $\frac{4}{7}x + \frac{9}{5}$, ¿cuánto vale su volumen? Utiliza el recuadro para dibujar y responder.

El volumen de la pirámide está dado por

$$V = \frac{(A_b \times h)}{3} = \frac{[(\frac{5}{4}x^2 - \frac{6}{7}x + 9)] \times (\frac{4}{7}x + \frac{9}{5}}{3}$$

$$= \frac{(\frac{5}{7}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{24}{49}x^2 - \frac{54}{35}x + \frac{36}{7} + \frac{81}{5})}{3}$$

TEN PRESENTE

- El área de una figura es el tamaño de su superficie y se mide en unidades cuadradas: metros cuadrados, centímetros cuadrados, etcétera.
- Para calcular el área de un polígono regular se multiplica el perímetro por la apotema y el producto obtenido se divide entre 2: $A = (p)\frac{(a)}{2}$
- Una manera de calcular el área de cualquier polígono (regular o irregular) es dividirlo en figuras más simples (rectángulos, cuadrados, triángulos), calcular por separado el área de cada parte y sumar dichas áreas.
- Si se reacomodan las piezas de una figura para formar otra, se conserva la misma área, pues la superficie no aumenta ni disminuye.
- El perímetro de una figura es la suma de las medidas de sus lados.
- Para calcular el perímetro de un polígono regular, se multiplica la medida de un lado (L) por el número de lados (n): $P = L \times n$.

Matemáticas 2 | Trimestre 2

Conversión de unidades, sistemas de ecuaciones y proporcionalidad directa e inversa

Prioriza Matemáticas 2 te ayudará a trabajar en los siguientes aprendizajes.

1. Resolver problemas que implican conversiones en múltiplos y submúltiplos de metro, litro y kilogramo, y de unidades del sistema inglés (yarda, pulgada, galón, onza y libra)
2. Resolver problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas
3. Resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional

1 Conversión de unidades

La magnitud es diferente de las unidades de medida.

Las unidades de medida aparecen en todos los campos de la ciencia y la técnica, sobre todo en infinidad de situaciones en la vida cotidiana.

Algunas **unidades de medida** usuales son:

- Longitud: metro (m)
- Masa: gramo (g)
- Capacidad: litro (L)
- Tiempo: segundo (s)

Para las unidades de longitud también se utilizan los kilómetros, las millas y las yardas.

El tiempo también se mide en horas, minutos y segundos.

Las unidades de medida para la masa son gramos, kilogramos, toneladas.

Para medir los líquidos, existen mililitros, litros, pero también los centímetros cúbicos.

Cuando se trabaja en contextos de medición, a veces resulta conveniente utilizar **múltiplos** o **submúltiplos** de la **unidad de medida**, es decir, **unidades más grandes** (múltiplos) o **más pequeñas** (submúltiplos) que la unidad base. Por ejemplo:

- Decímetro (dm): décima parte de un metro; 1 dm = $\frac{1}{10}$ m, 10 dm = 1 m
- Hectolitro (hL): cien litros; 1 hL = 100 L, $\frac{1}{100}$ hL = 1 L
- Kilogramo (kg): mil gramos; 1 kg = 1000 g, $\frac{1}{1000}$ kg = 1 g
- Milisegundo (ms): milésima parte de un segundo; 1 ms = $\frac{1}{1000}$ s, 1000 ms = 1 s

El Sistema Internacional de Unidades expresa magnitudes físicas.

Las tablas muestran los **prefijos** y **símbolos** de algunos **múltiplos** y **submúltiplos** de las **unidades de medida**, así como los factores y las potencias de 10 que les corresponden.

Tabla 1: múltiplos

Prefijo	*giga-*	*mega-*	*kilo-*	*hecto-*	*deca-*
Símbolo	G	M	k	h	da
Factor	1000000000	1000000	1000	100	10
Potencia de 10 correspondiente	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1

Tabla 2: submúltiplos

Prefijo	*deci-*	*centi-*	*mili-*	*micro-*	*nano-*
Símbolo	d	c	m	µ	n
Factor	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{1000000000}$
Potencia de 10 correspondiente	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Para pasar de un **O**o **submúltiplo** a la **unidad base** se **multiplica por el factor** correspondiente. Por ejemplo, para convertir…

- 5.3 kilógramos (kg) en gramos (g): $5.3 \times 1000 = 5300$; es decir, 5.3 kg = 5300 g.
- 250 mililitros (mL) en litros (L): $250 \times \frac{1}{1000} = 250 \div 1000 = 0.25$; es decir, 250 mL = 0.25 L.

Para pasar de la **unidad base** a un **múltiplo** o **submúltiplo** se **divide entre el factor** correspondiente. Por ejemplo, para convertir…

- 0.1 segundos (s) en milisegundos (ms): $0.1 \div \frac{1}{1000} = 0.1 \times 1000 = 100$; es decir, 0.1 s = 100 ms.
- 20 gramos (g) en kilogramos (kg): $20 \div 1000 = 0.02$; es decir, 20 g = 0.02 kg.

Para aprender cómo se obtienen los cálculos para decímetro cúbico y litro, si te encuentras con un problema como este: “En una cafetería se prepararon 3 dal de café en la mañana y 15 L en la tarde. Si se utilizan 15 cl para una taza, ¿cuántas tazas se sirvieron en todo el día?”. Los pasos para resolverlo son:

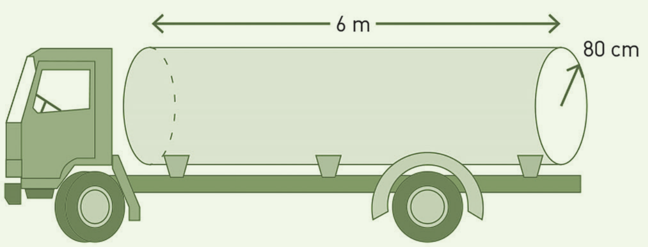
- Se calcula la cantidad de café que se sirvió en los dos turnos: en la mañana fueron 3 dal = 30 L,
- en la tarde 15 L; en total, se sirvieron 45 L. Se sabe que 1 cl = 1100 L, así que 15 cl = 15100 L = 0.15 L.
- Entonces, dividimos la cantidad de litros entre la capacidad de cada taza, $45 \div 0.15 = 300$ tazas.

1. Resuelve las sumas. Recuerda hacer la conversión de acuerdo con las unidades de medida que correspondan para que sumes dos cantidades con una medida igual.

   a) 23 km^3 + 363 hm^3 23 000 hm^3 + 363 hm^3 = 23 363 hm^3

   b) 253 m^3 + 45.32 dam^3 253 m^3 + 45 320 m^3 = 45 573 m^3

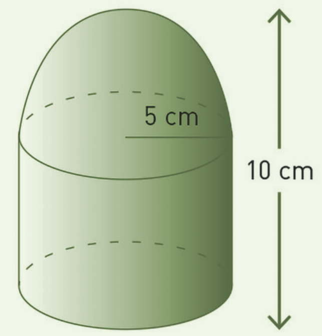
2. Observa la imagen para determinar la cantidad de litros de agua que puede transportar la pipa y anota tus resultados.



El volumen es de 3 840 000 π cm^3, es decir, 3 840 π L.

En este video se muestra un método práctico, llamado “escalera de las unidades”, para hacer conversiones entre múltiplos y submúltiplos del metro.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-08

3. ¿Cuántos litros de agua le caben a este tinaco de juguete?



Suponiendo que la parte de arriba es una semiesfera ($\frac{1}{2}$ de esfera), le caben $\frac{5}{24}$ π L.

- ¿Cuántos litros de agua le caben a un cilindro de 8 cm de altura y 25 cm de radio?, ¿cuántos galones son?

  Le caben 5 π L, que son aproximadamente 1.32 galones.

4. Definimos la densidad con la fórmula $p = \frac{m}{v}$, con m la masa y v el volumen. Con base en esta fórmula, calcula la densidad de 8 kg de pintura en 1 m^3.

La densidad de la pintura es de 8 kg/m^3.

5. En una empresa refresquera hay 1850 L de jugo que necesitan embotellar. Tienen un envase en forma de prisma rectangular que miden 10 cm, 4 cm y 5 cm.

a) ¿Cuál es la capacidad de cada envase? La capacidad es de 0.2 L.

b) ¿Cuántos envases necesitan? Se necesitan 9 250 envases.

6. ¿Cuánta agua hay en 35 envases en forma de pirámide triangular si las medidas de cada uno son 7 cm de altura; triángulo 5 cm de base y 6 cm de altura?

Hay 3.675 L de agua.

7. Se sabe que 1 L de agua equivale aproximadamente a 1 kg. Si una cantimplora tiene 355 mL de agua, ¿cuántos gramos hay dentro de esta? Usa el recuadro.

Hay aproximadamente 355 g.

8. Una cisterna se construyó como un prisma rectangular. Se hizo con una profundidad de 5 m y capacidad para almacenar 20000 L.
   a) ¿Cuál es el área de la base de la cisterna?

      Es de 4 m^2.

   b) ¿Cuál es el peso del agua que llenaría por completo la cisterna?

      Aproximadamente de 20 000 kg.

▶ Utiliza este espacio para hacer operaciones.

R. P.

TEN PRESENTE

- Hay distintos tipos de unidades de medida, como el metro (*m*) para medir longitudes, el litro (*L*) para capacidades, el segundo (*s*) para tiempo y el gramo (*g*) para masa.
- Los submúltiplos son unidades más pequeñas que la unidad base; por ejemplo, el mililitro (*ml*) es una unidad de capacidad que corresponde a la milésima parte de un litro: 1 mL = $\frac{1}{1000}$ L, 1000 mL = 1 L.
- Los múltiplos son unidades más grandes que la unidad base; por ejemplo, el hectómetro (hm) es una unidad de longitud que corresponde a 100 metros: 1 hm = 100 m, 1 m = $\frac{1}{100}$ hm.
- Para pasar de un múltiplo o submúltiplo a la unidad base, se multiplica por el factor correspondiente (10, $\frac{1}{10}$; 100, $\frac{1}{100}$; 1000, $\frac{1}{1000}$...)
- Para pasar de la unidad base a un múltiplo o submúltiplo, se divide entre el factor correspondiente (10, $\frac{1}{10}$; 100, $\frac{1}{100}$; 1000, $\frac{1}{1000}$...)

Sistemas de ecuaciones

2

Las **igualdades** (expresiones con el signo =) que tienen **dos incógnitas** (números desconocidos), ambas **elevadas solo a la potencia 1**, se llaman **ecuaciones lineales con dos incógnitas.** Por ejemplo:

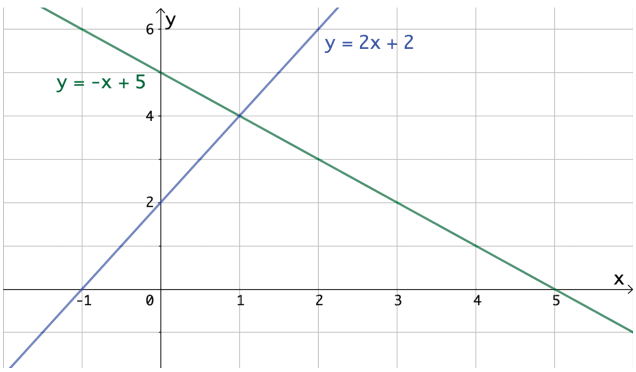
- $3x + 1 = 2y$
- $z + 4 - 8w = 0$
- $4m = 8n$
- $y = (\frac{1}{2})x + 2$

Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es encontrar **una pareja de números** (uno para cada incógnita) que haga verdaderas **ambas igualdades**, como se muestra en los ejemplos:

- Para el sistema $x + 8 = y$, $y = 2x$, la pareja de números $x = 8$, $y = 16$ es solución de ambas ecuaciones, pues al asignar esos valores para las variables en ambas ecuaciones, se obtiene $x + 8 = y$, $8 + 8 = 16$; $16 = 16$ (la igualdad es verdadera); $y = 2x$; $16 = 2(8)$; $16 = 16$ (la igualdad es verdadera).
- Para el sistema $3y + 1 - x = 0$, $2y + 4 = x$, la pareja de números $x = 10$, $y = 3$ es solución de ambas ecuaciones, pues al asignar esos valores para las variables en ambas ecuaciones, se obtiene $3y + 1 - x = 0$, $3(3) + 1 - 10 = 0$; $0 = 0$; $2y + 4 = x$; $2(3) + 4 = 10$; $6 + 4 = 10$; $10 = 10$.

Gráficamente, **la solución** de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas son las coordenadas de los puntos donde ambas rectas coinciden, y puede haber tres casos:

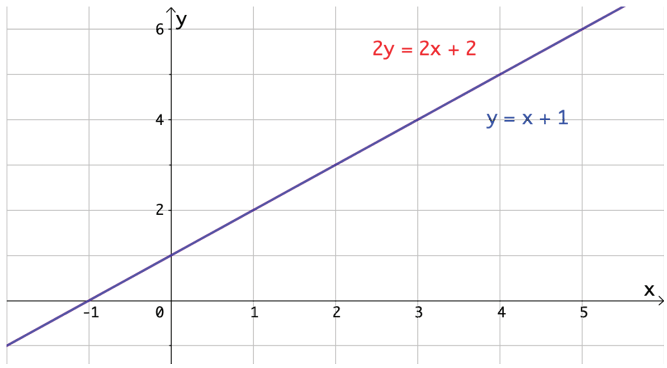
- Caso 1: las rectas **coinciden** (se cortan) **en un solo punto** y el sistema tiene una **única solución.** Por ejemplo, las rectas $y = -x + 5$, $y = 2x + 2$ se cortan en el punto (1, 4) y, por lo tanto, las coordenadas $x = 1$, $y = 4$ son solución del sistema: $y = -x + 5$, $4 = -1 + 5$, $4 = 4$; $y = 2x + 2$, $4 = 2(1) + 2 = 4 = 4$.



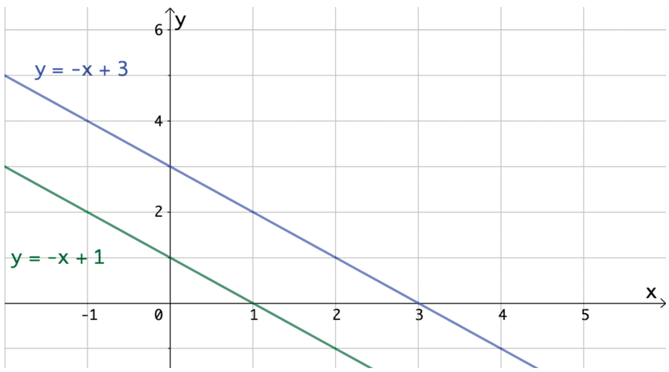
- Caso 2: las rectas **coinciden en todos sus puntos** (son la misma recta) y el sistema tiene **infinitas soluciones**. Por ejemplo, las rectas $y = x + 1$, $2y = 2x + 2$

Aprende cómo plantear sistemas de ecuaciones para resolver problemas en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-09

coinciden en todos sus puntos y, por lo tanto, las coordenadas de cualquiera de sus puntos son solución del sistema, por ejemplo:
$x = 1, y = 2$: $y = x + 1, 1 = 1 + 1, 2 = 2$; $2y = 2x + 2, 2(2) = 2(1) + 2, 4 = 4$

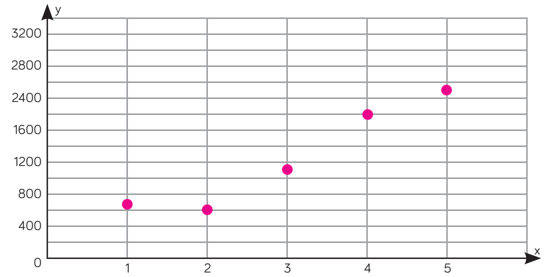


- Caso 3: las rectas **no se cortan** (son paralelas) y el sistema **no tiene solución**. Por ejemplo, las rectas $y = -x + 3$, $y = -x + 1$ son paralelas (tienen la misma pendiente) y, por lo tanto, el sistema no tiene solución.



1. El número de asistentes a un torneo de tenis durante los cinco días que duró está registrado en una tabla. Haz la representación gráfica. ¿Se puede unir los puntos?

Día	Número de asistentes
1	650
2	600
3	1100
4	1800
5	2500



No es posible unirlos con una línea recta.

El siguiente video muestra cómo resolver sistemas de ecuaciones con el método gráfico.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-10

2. Cristina es capaz de correr tanto como Carlos, pero en el entrenamiento de la semana pasada ocurrió algo curioso: Cristina corrió las dos horas y media que duró el entrenamiento a 7 km/h, mientras que Carlos, la primera media hora, corrió a 6 km/h y una hora a 7 km/h, la última la corrió a 8 km/h.

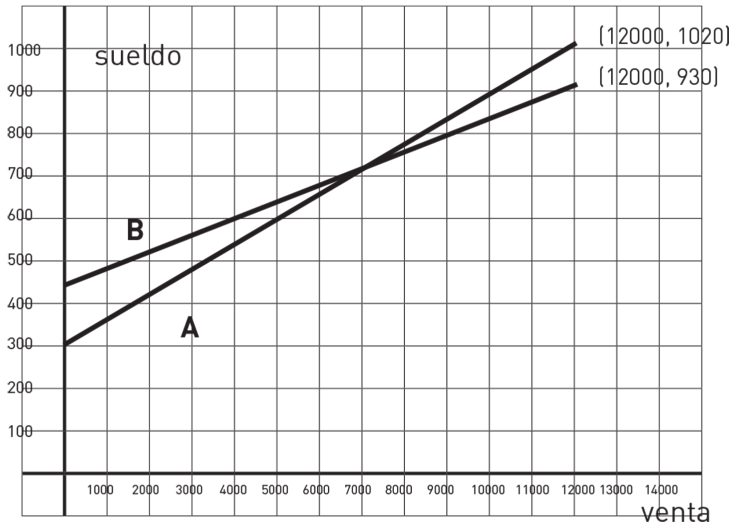
a) ¿Qué distancia recorrió cada uno?

Cristina recorrió 17.5 km y Carlos recorrió 18 km.

b) Además de la salida, ¿volvieron a estar juntos en algún momento del entrenamiento?

Sí, a las dos horas.

3. La gráfica representa el sueldo que percibiría un trabajador en una tienda de venta de coches. Sabemos que su sueldo está formado por un fijo y comisiones que se perciben en función de las ventas efectuadas. ¿Puedes definir en cada caso el fijo y las comisiones que percibiría el vendedor?



TEN PRESENTE

- Una ecuación lineal con dos incógnitas es una igualdad en la que aparecen dos literales (números desconocidos) elevadas a la potencia uno; por ejemplo: $3z + w = z - w$.
- La solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es una pareja de números que hace verdaderas ambas igualdades.
- Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas puede tener una, ninguna o infinitas soluciones, dependiendo de si las rectas tienen pendientes distintas, son paralelas o son la misma recta, respectivamente.

3 Proporcionalidad directa e inversa

Dos conjuntos de cantidades son **directamente proporcionales** si se cumple cualquiera de estas dos condiciones:

- Cuando **una cantidad** de un conjunto **se multiplica por *n*, la cantidad correspondiente** del otro conjunto **también se multiplica por *n*.**

x	4	→× 3→	12	→× 1/2 →	6	→× 0→	0
y	2	→× 3→	6	→× 1/2→	3	→× 0→	0

m	0.5	→× 10→	5	→× 2→	10	→× 1/5→	2
n	3	→× 10→	30	→× 2→	60	→× 1/5→	12

- Al **dividir una cantidad de un conjunto entre la cantidad correspondiente del otro conjunto** (distinta de 0), **se obtiene siempre el mismo resultado** (el cociente de cantidades correspondientes es constante).

x	3	6	9	18	15	30
y	2	4	6	12	10	20
x/y	3/2 = 1.5	6/4 = 1.5	9/6 = 1.5	18/12 = 1.5	15/10 = 1.5	30/20 = 1.5

m	4	2	1	8	12	5.2
n	5	2.5	1.25	10	15	6.5
m/n	4/5 = 0.8	2/2.5 = 0.8	1/1.25 = 0.8	80/10 = 0.8	12/15 = 0.8	5.2/6.5 = 0.8

Dos conjuntos de cantidades son **inversamente proporcionales** si se cumple cualquiera de estas dos condiciones:

- Cuando **una cantidad** de un **conjunto se multiplica por *n*, la cantidad correspondiente** del otro conjunto **se divide entre *n*.**

w	8	→× 2→	16	→× 1/4→	4	→× 1/8→	0.5
z	2	→÷ 2→	1	→÷ 1/4→	4	→÷ 1/8→	32

a	20	→× 3→	60	→× 1/4→	15	→× 1/3→	5
b	30	→÷ 3→	10	→÷ 1/4→	40	→÷ 1/3→	120

- Al **multiplicar una cantidad de un conjunto por la cantidad correspondiente** del otro conjunto, **se obtiene siempre el mismo resultado** (el producto de cantidades correspondientes es constante).

w	12	4	8	10	1	6
z	3	9	4.5	3.6	36	6
wz	12(3) = 36	4(9) = 36	8(4.5) = 36	10(3.6) = 36	1(36) = 36	6(6) = 36

a	10	20	4	40	5	2.5
b	2	1	5	0.5	4	8
ab	10(2) = 20	10(2) = 20	4(5) = 20	40(0.5) = 20	5(4) = 20	2.5(8) = 20

Observa un método práctico para resolver problemas de proporcionalidad directa en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-11

En una relación de **proporcionalidad directa**, al **número constante que se obtiene al dividir** cualesquiera dos cantidades correspondientes se le llama *constante de proporcionalidad directa.*

Por ejemplo, en los datos de la tabla, la constante de proporcionalidad directa es 3.

x	6	12	18	36	30	60
y	2	4	6	12	10	20
x/y	6/2 = 3	12/4 = 3	18/6 = 3	36/12 = 3	30/10 = 3	60/20 = 3

En una relación de **proporcionalidad inversa**, al **número constante que se obtiene al multiplicar** cualesquiera dos cantidades correspondientes se le llama *constante de proporcionalidad inversa.*

Por ejemplo, en los datos de la tabla, la constante de proporcionalidad inversa es 4.

a	2	4	8	1	5	0.25
b	2	1	0.5	4	0.8	16
ab	2(2) = 4	4(1) = 4	8(0.5) = 4	1(4) = 4	5(0.8) = 4	0.25(16) = 4

1. Tres obreros han cavado una zanja en varios turnos, sumando en total 12 h de trabajo. Al día siguiente, se necesita cavar una zanja del mismo tamaño, pero se empleará a dos obreros más. ¿Cuánto tiempo tardarán en cavarla?

   Tardarán 7.2 horas.

2. Determina si las magnitudes son directamente proporcionales (DP), inversamente proporcionales (IP) o si no hay relación de proporcionalidad entre ellas (NP).

   a) Cantidad de comida en la despensa y número de personas que puedo invitar a comer.

   DP

   b) Velocidad a la que avanzo en mi bicicleta y el tiempo que tardo en llegar a un sitio determinado.

   IP

   c) Medida de la talla de mi pie y número exterior de la casa donde vivo.

   NP

   d) Velocidad de un coche y probabilidad de tener un accidente.

   DP

El siguiente video muestra ejemplos de situaciones de proporcionalidad inversa.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-12

3. Completa la tabla y encuentra la razón de proporcionalidad, sabiendo que *a* y *b* son inversamente proporcionales.

a	24	48	72	144
b	12	6	4	2

4. Reparte el número 2480 en cantidades que sean inversamente proporcionales a 4, 6 y 10.

Las cantidades son 1 200, 800 y 480, respectivamente.

5. Cinco máquinas fabrican 9600 tornillos al trabajar 16 horas diarias. ¿Cuántos tornillos elaborarán cuatro máquinas si laboran las 24 horas del día considerando que funcionan a la misma velocidad?

Fabricarán 11 520 tornillos.

6. Un albañil tarda 12 horas en levantar una pared. ¿Cuánto tardarán en levantar la pared 12 albañiles? ¿Y 1440 albañiles? ¿Es lógico este último resultado?

Tardarán 1 hora; R. P.

7. Estudia si estos cuatro números se encuentran en proporción numérica; en caso afirmativo, halla la razón de proporcionalidad.
   a) 35, 17.5, 8.75, 4.735
   b) 50, 10, 10, 5

   El inciso a) tiene razón de proporcionalidad 2; el inciso b) no sigue una proporción.

TEN PRESENTE

- En las relaciones de proporcionalidad directa, si una cantidad de un conjunto se multiplica por *n*, la cantidad correspondiente del otro conjunto también se multiplica por *n*.
- En las relaciones de proporcionalidad inversa, si una cantidad de un conjunto se multiplica por *n*, la cantidad correspondiente del otro conjunto se divide entre *n*.
- En las relaciones de proporcionalidad directa, el cociente de cantidades correspondientes es un número constante (no cambia), llamado constante de proporcionalidad directa.
- En las relaciones de proporcionalidad inversa, el producto de cantidades correspondientes es un número constante (no cambia), llamado constante de proporcionalidad inversa.

Matemáticas 2 | Trimestre 3

Volumen de prismas y cilindros, medidas de tendencia central y variación lineal y proporcionalidad inversa

Prioriza Matemáticas 2 te ayudará a trabajar en los siguientes aprendizajes.

1 Calcular el volumen de prismas y cilindros rectos

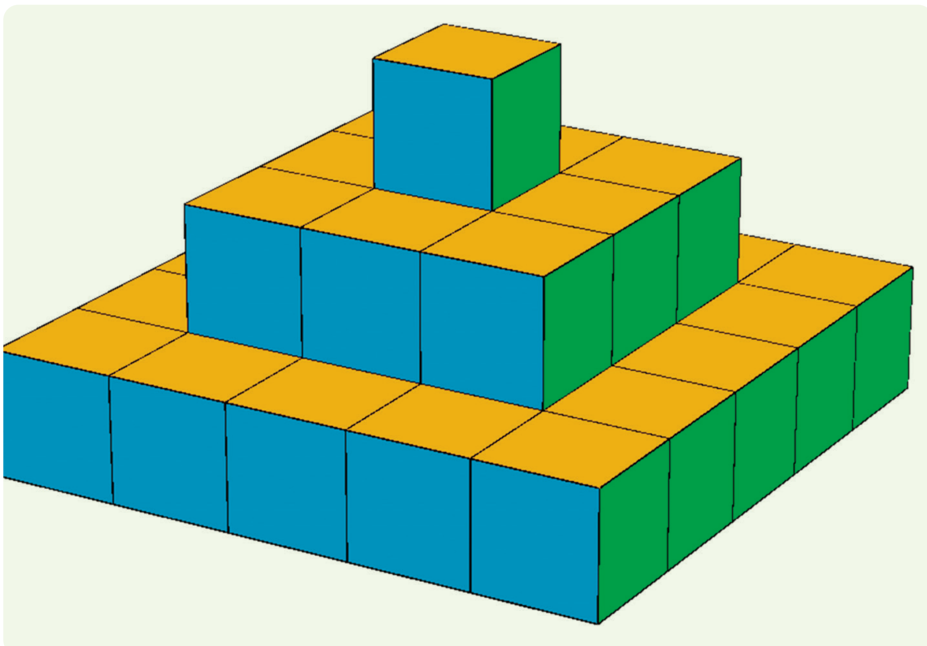
2 Usar e interpretar las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decidir cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión

3 Analizar y comparar situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpretar y resolver problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos

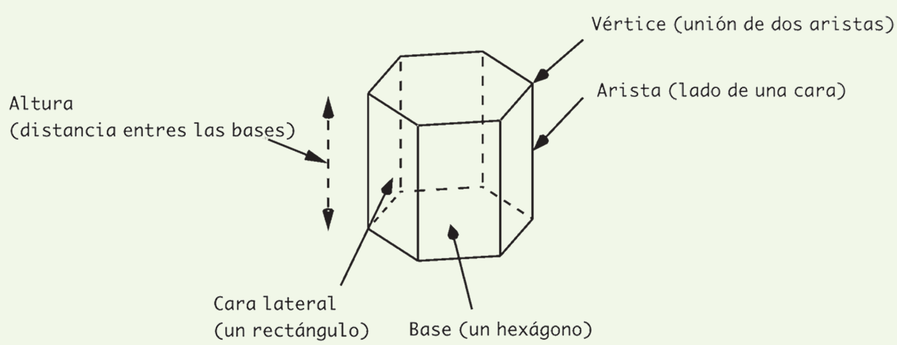
1 Volumen de prismas y cilindros

El **volumen** de un cuerpo geométrico es la **cantidad de espacio que ocupa** y se mide en **unidades cúbicas** (cm^3, m^3,...). Por ejemplo, el cuerpo mostrado tiene un volumen de 35 unidades cúbicas.

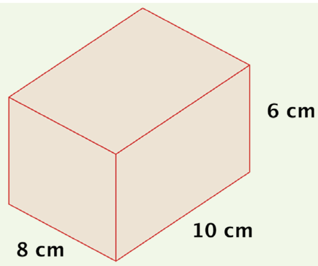
Se llaman **unidades cúbicas** por la forma en la que se constituyen. Por ejemplo, esta representación de su volumen.



La figura muestra algunos **elementos importantes** de un **prisma recto**.

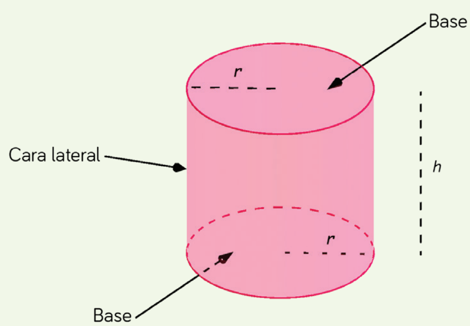


El **volumen** (V) de cualquier **prisma recto** se calcula **multiplicando** el **área de la base** (A_b) **por la altura** (h) del cuerpo; es decir, $V = A_b(h)$. Por ejemplo, para este prisma:



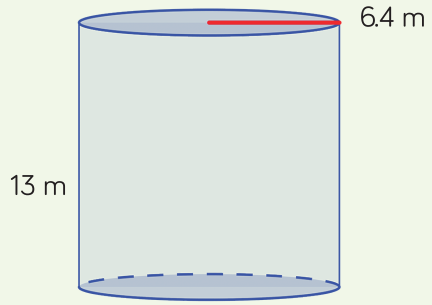
- La base es un rectángulo de 10 cm de largo y 8 cm de ancho, por lo tanto, $A_b = 10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 80 \text{ cm}^2$.
- La altura del prisma es 6 cm, es decir, $h = 6$ cm.
- Así, el volumen del prisma es $V = A_b(h) = 80 \text{ cm}^2(6 \text{ cm}) = 480 \text{ cm}^3$.

Un **cilindro** es un cuerpo geométrico limitado por **dos caras planas circulares** llamadas **bases**, **paralelas e iguales**, y **una cara lateral curva.** La **altura** del cuerpo se suele representar con la letra h; y el **radio** de los círculos, con la letra r.



Observa cómo calcular volúmenes de prismas rectos en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-13

El **volumen** de cualquier **cilindro** se calcula con el **mismo procedimiento que para los prismas**: se multiplica el **área de la base por la altura**, es decir, $V = A_b(h)$. Pero como la base del cilindro es un círculo, su área es $A_b = \pi r^2$ y, entonces, la fórmula para el volumen se convierte en $V = \pi r^2 h$. Por ejemplo, para este cilindro:

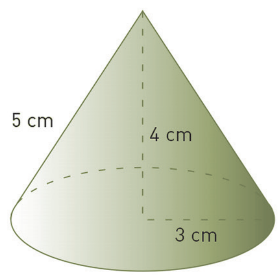


$V = \pi r^2 h = \pi(6.4\text{ m})^2(13\text{ m}) = \pi(40.96\text{ m}^2)(13\text{ m}) = \pi(532.48\text{ m}^3) = 1672.84\text{ m}^3$.

1. Una azotea está inundada. La zona donde está el agua se aproxima a una pirámide triangular que tiene 1 m de altura; la base de la pirámide es de 30 cm y su altura de es 1.20 m. ¿Cuánto peso tiene la azotea en el área inundada?

   El volumen del agua en esa zona es de aproximadamente 60 000 cm^3, es decir, 60 L; por lo tanto, la azotea tiene cerca de 60 kg de peso.

2. En el mercado entregan las semillas en cucuruchos de papel, como el de la imagen. Determina cuántos gramos de semillas me entregan, si la densidad fue de 5.3 g/cm^3.



   Se entregan 63.6 g en cada cucurucho.

3. Un bote de pintura tiene forma cilíndrica. La etiqueta dice que contiene 20 L y una densidad de 1300 kg/m^3.

   a) ¿Cuánto pesa la pintura? Pesa 26 kg.

   b) ¿Cuál es el volumen del bote? El volumen es de 0.02 m^3.

El siguiente video muestra ejemplos resueltos para calcular volúmenes de cilindros.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-15

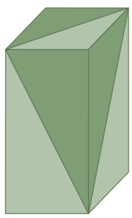
4. Hemos ido de tienda en tienda para comprar figuritas de alabastro. Nos han encantado por su color; dos que tienen una forma cilíndrica y otra cónica, miden 6 cm, tanto de diámetro de la base como de altura. El costo es de acuerdo con su peso y cada 100 g cuestan \$200. Si la densidad del alabastro es de 2.80 g/mL, ¿cuánto costará la figura cilíndrica y cónica?

El cono costará \$316.67 y el cilindro costará \$950.00.

5. Se desea construir unas bolas de madera de ébano, pero para que pesen menos se deben hacer huecas. Su diámetro exterior es de 10 cm y el grosor de 1 cm. Calcula el volumen de madera empleado y el peso de la bola si sabes que la densidad del ébano es de 1.26 g/cm^3.

El volumen de madera empleado es $\frac{19}{3}\pi$ cm^3, por lo que el peso de la bola es de 25.06 g.

6. Hemos creado una figura decorativa que tiene forma de prisma recto de base cuadrada, y es el doble de alto que de ancho. Se trazó la mitad de cada una de sus caras con una diagonal en cada una de ellas para obtener una superficie de todas sus caras y bases de 45 cm^2. El material usado es ébano. Si su densidad es de 1.26 g/mL, ¿cuánto pesará cada figura?



Como la superficie del prisma es de 45 cm^2, entonces el lado del cuadrado de la base es aproximadamente 2.12 cm. De este modo, el volumen del prisma es aproximadamente 9.55 cm^3 y así, cada figura pesará 12 g.

TEN PRESENTE

- El volumen de un cuerpo se mide en unidades cúbicas (cm^3, m^3,...).
- Un prisma recto tiene dos bases paralelas e iguales.
- La altura de un prisma es la distancia entre sus bases.
- El volumen de cualquier prisma recto se calcula multiplicando el área de la base por la altura: $V = A_b(h)$.
- Un cilindro tiene dos caras planas circulares, paralelas e iguales, y una cara lateral curva.
- El volumen de un cilindro se calcula con la fórmula $V = A_b(h) = \pi r^2 h$.

2

Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central son la moda, la media aritmética y la mediana; además del rango y la desviación media, sirven para analizar un conjunto de datos y decidir cuál de ellas conviene más de acuerdo con los datos en cuestión.

- **Media aritmética** o **promedio**: se obtiene al sumar los datos y dividir el resultado entre la cantidad de estos.
- **Mediana**: es el valor de en medio, cuando los datos están ordenados (si hay dos valores centrales, la mediana corresponde al promedio de ambos).
- **Moda**: es el dato que más se repite, es decir, el de mayor frecuencia.
  Por ejemplo, si en una competencia de salto de longitud se obtuvieron los registros de este cuadro.

Participante	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Longitud del salto	7.95 m	8.00 m	8.40 m	7.55 m	8.45 m	7.95 m	8.20 m	7.65 m	8.30 m

- Para calcular la media se suman los datos y se divide entre 9 (el total de datos):
  7.95 + 8.00 + 8.40 + 7.55 + 8.45 + 7.95 + 8.20 + 7.65 + 8.30 = 72.45 m.
  72.45 ÷ 9 = 8.05 m.
  El promedio de los datos es 8.05 m.
- Para calcular la mediana se ordenan los datos y se toma el valor central (de en medio), que en este caso es el quinto (hay nueve datos):
  7.55 m, 7.65 m, 7.95 m, 7.95 m, 8.00 m, 8.20 m, 8.30 m, 8.40 m, 8.45 m
  La mediana de los datos es 8 m.
- Para calcular la moda se cuenta la frecuencia de cada dato (cantidad de veces que aparece) y se toma el de mayor frecuencia:
  La moda de los datos es 7.95 (aparece dos veces).

Dato	7.55 m	7.65 m	7.95 m	8.00 m	8.20 m	8.30 m	8.40 m	8.45 m
Frecuencia	1	1	2	1	1	1	1	1

Las medidas de tendencia central son útiles en muchos ámbitos, por ejemplo, el educativo o el deportivo.

Las **medidas de tendencia central**, y en **especial la media aritmética** (promedio) , se usan, entre otras cosas, para:

- **Obtener un valor representativo** de un conjunto de datos. Por ejemplo, el promedio de goles por partido de un delantero nos da una idea general de su desempeño.

- **Comparar o interpretar un dato** con relación a un valor representativo del conjunto. Por ejemplo, si la estatura promedio en mujeres de un país es 1.70 m, alguien con una estatura de 1.85 m es poco común (bastante más alta que el promedio).
- **Comparar dos o más conjuntos** de datos: si la temperatura promedio durante los últimos 30 años en dos localidades, A y B, fue de 25 °C y 27 °C, respectivamente, decimos que, en términos generales, la localidad B es más caliente.

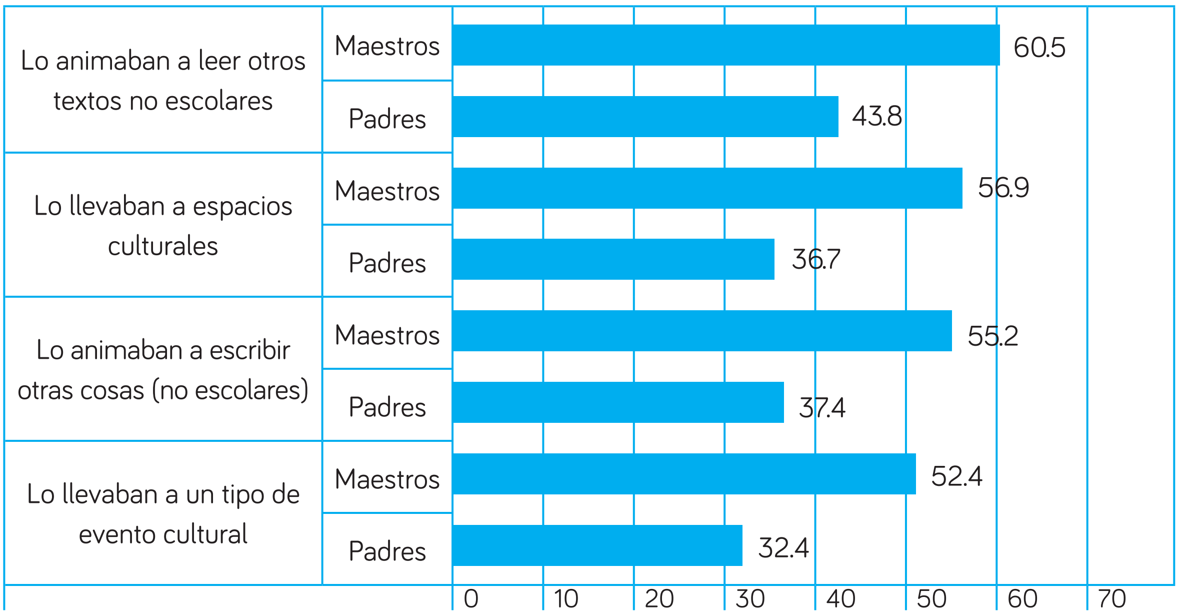
El **rango** de un conjunto de datos numéricos es **la diferencia** (resta) **entre** el dato **más grande** y el **más pequeño**. Por ejemplo:

Temperatura promedio durante la semana

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Temperatura (°C)	20	22	19	21	18	19	17

La temperatura más alta es 22 °C y la más baja 17 °C.
Así, el rango de temperaturas es 22 – 17 = 5 °C.

1. Observa la gráfica y responde.



Márquez, Alejandro (2017). *Sobre lectura, hábito lector y sistema educativo*, disponible en <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982017000100003>, fecha de consulta:18 de mayo de 2021.

Analiza cómo interpretar las medidas de tendencia central con ejemplos concretos en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-16

- ¿Quiénes invitan más a los estudiantes a otras experiencias, más allá de los libros: los padres o los maestros?

  Los maestros.

- ¿Cuál de las medidas de tendencia central (media, mediana o moda) es representativa para este grupo de datos? Argumenta tu respuesta.

  R. T. Entre la mediana y la moda no hay tanta diferencia, así que ambas son medidas representativas.

- ¿Cómo crees que cambiaría esta gráfica si se aplicara una encuesta en tu escuela para obtener estos datos? Argumenta tu respuesta.

  R. P.

En el siguiente video hay ejemplos sencillos para calcular el rango de un conjunto de datos.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-17

TEN PRESENTE

- La media aritmética o promedio de un conjunto de datos numéricos corresponde a la suma de los datos dividida entre el total de los mismos.
- La mediana de un conjunto de datos numéricos es el valor de en medio cuando estos están ordenados.
- La moda de un conjunto de datos es el valor que más se repite (el de mayor frecuencia).
- Las medidas de tendencia central se usan, entre otras cosas, para obtener un valor representativo, interpretar alguno de los datos o comparar conjuntos de datos.
- El rango de un conjunto de datos corresponde a la diferencia entre el dato mayor y el menor.

Variación lineal y proporcionalidad inversa

Si **dos cantidades**, x, y, **dependen una de la otra**, y la **ecuación** que las relaciona es **de la forma**:

$$y = mx + b$$

Donde y y x son variables (cantidades que cambian) y m y b son constantes (números fijos), se dice que la **relación** es **lineal**. Por ejemplo:

Si a un tanque con 20 L de agua se le agregan 5 L de líquido por minuto, la ecuación que relaciona la cantidad de agua en el tanque (y) y el tiempo transcurrido (x) es:

$y = 20 + 5x$, que puede reescribirse como:

$y = 5x + 20$. Es decir, la relación entre ambas cantidades es lineal.

En cualquier **relación lineal, el aumento en una variable entre el aumento correspondiente en la otra** siempre **es constante**. Por ejemplo, si se considera la situación anterior del llenado de un tanque con agua:

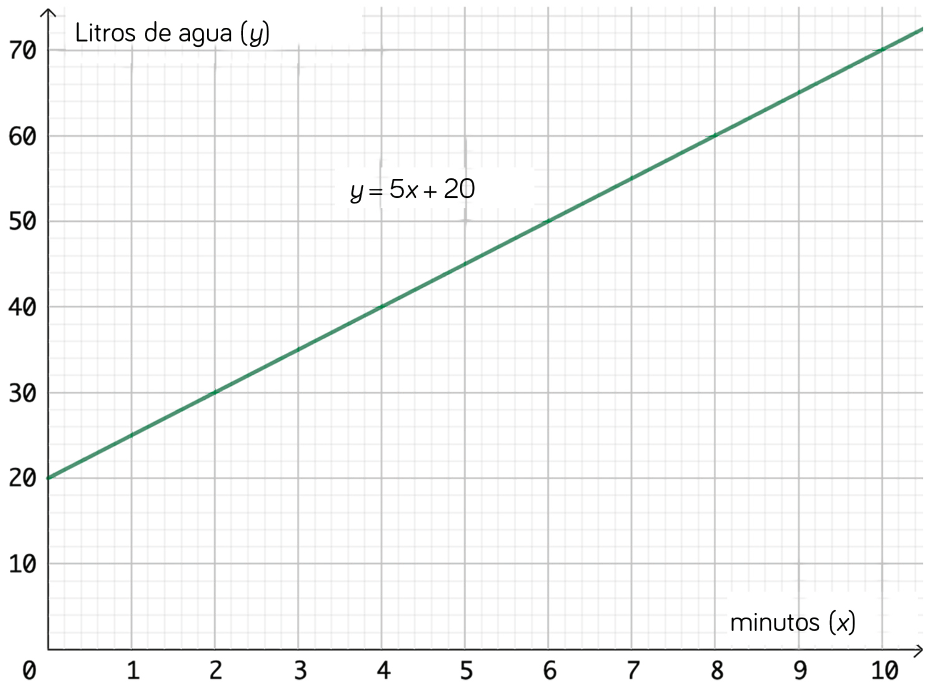
x (tiempo en minutos)	0	1	2	5	10
$20 + 5x$	20 + 5(0) = 20	20 + 5(1) = 25	20 + 5(2) = 30	20 + 5(5) = 45	20 + 5(10) = 70
y (litros de agua en el tanque)	20	25	30	45	70

En la segunda ley de Newton se establece que la aceleración de un objeto es **directamente proporcional** a la fuerza que actúa sobre él, e **inversamente proporcional** a su masa; es decir, tiene dos tipos de relaciones: la proporcional (cuanto mayor es la fuerza que se le aplica a un objeto, mayor será su aceleración) y la inversamente proporcional (cuando mayor sea la masa de un objeto, menos acelerará cuando se le aplique una fuerza determinada).

x	0		1		2		5		10
Δ_x (aumento en x)		1		1		3		5	
y	20		25		30		45		70
Δ_y (aumento en y)		5		5		15		25	
Δ_x/Δ_y		1/5		1/5		3/15 = 1/5		5/25 = 1/5	

Aprende a trazar la gráfica de una relación lineal a partir de su ecuación en el siguiente video.
www.e-sm.com.mx/CeS-M2-18

La **gráfica** de cualquier **relación lineal** siempre es una **línea recta**. Por ejemplo:



Si **dos cantidades**, x, y, **dependen una de la otra**, y la **ecuación** que las relaciona es **de la forma** $y = \frac{k}{x}$, donde y y x son variables (cantidades que cambian) y k, es constante (número fijo), se dice que la **relación** es **de proporcionalidad inversa**. Por ejemplo:

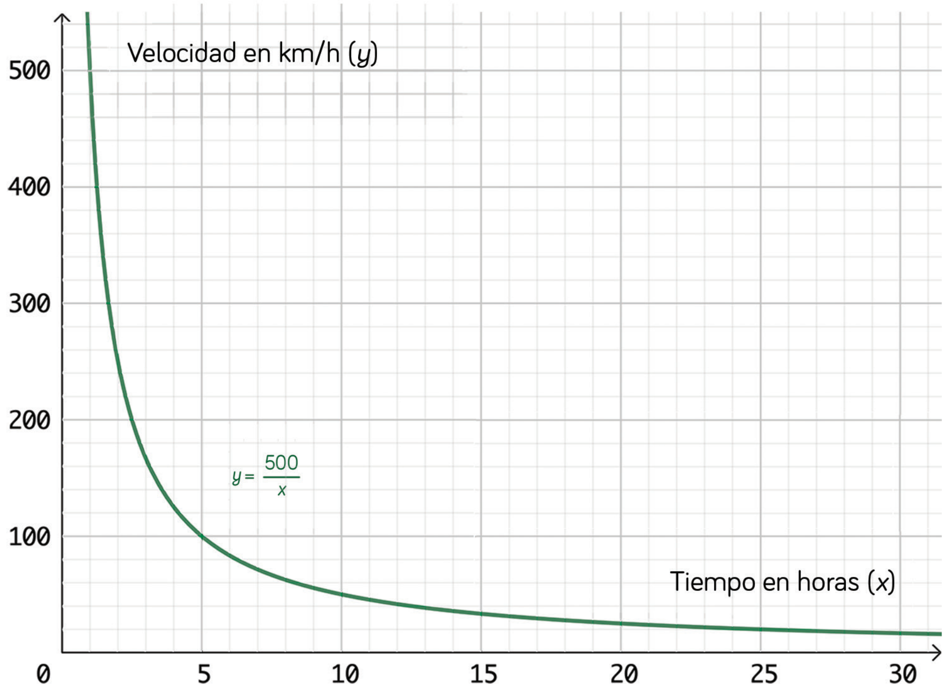
Si un automóvil recorre 500 km, la ecuación que relaciona su velocidad promedio (y) y el tiempo que dura el trayecto (x) es $y = \frac{500}{x}$. Es decir, la relación entre ambas cantidades es de proporcionalidad inversa.

x (tiempo del trayecto en horas)	10	8	6	5	4
500/x	500/10 = 50	500/8 = 62.5	500/6 = 83.33	500/5 = 100	500/4 = 125
y (velocidad promedio en km/h)	50	62.5	83.33	100	125

En cualquier relación de **proporcionalidad inversa**, el **producto de dos cantidades correspondientes siempre es constante**. Por ejemplo, si se considera la situación anterior del vehículo que recorre 500 kilómetros.

x (tiempo en horas)	10	8	5	4
y (velocidad en km/h)	50	62.5	100	125
xy (kilómetros recorridos)	10(50) = 500	8(62.5) = 500	5(100) = 500	4(125) = 500

La **gráfica** de cualquier relación de **proporcionalidad inversa** siempre es una **curva que se acerca a los ejes** (sin tocarlos). Por ejemplo:



1. Observa las tres tablas de datos de relaciones. Después, se muestran tres gráficas.
   a) Analiza y completa cada tabla.
      Relación I: entre tiempo y distancia, cuando la velocidad es constante (velocidad = 80 km/h)

Tiempo (h)	1	2	3.5	5
Distancia (km)	80	160	280	400

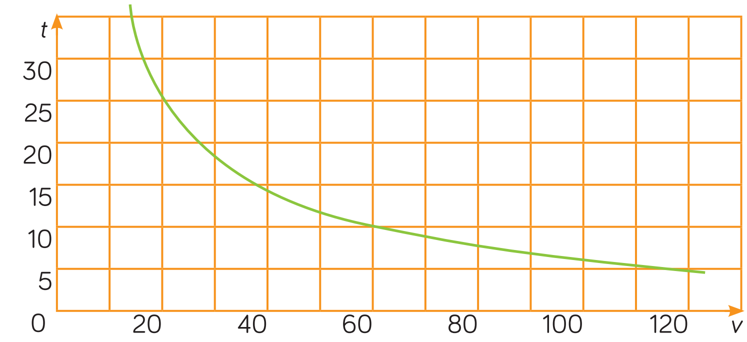
Relación II: entre velocidad y distancia, cuando el tiempo es fijo (duración del trayecto = 5h)

Velocidad (km/h)	20	50	90	100
Distancia (km)	10	250	450	500

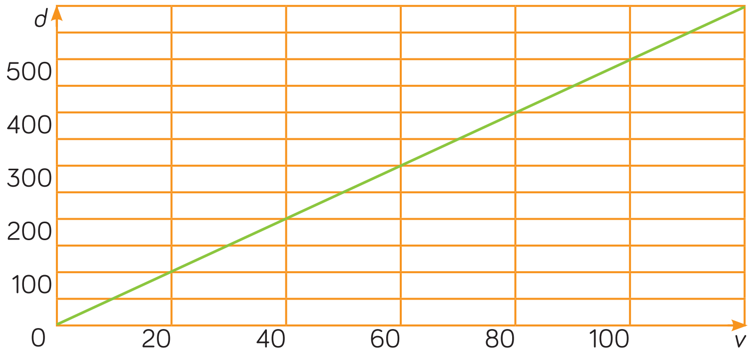
Relación III: entre velocidad y tiempo, cuando la distancia es fija (distancia recorrida = 600 km)

Velocidad (km/h)	20	40	60	120
Tiempo (h)	30	20	10	5

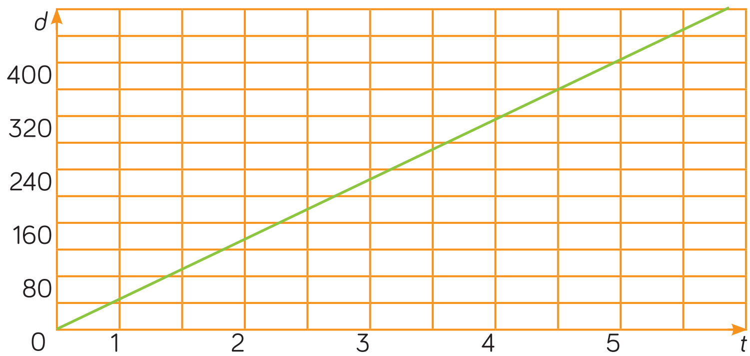
b) Anota junto a cada gráfica el número de relación (I, II o III) a la que corresponde.



III



II



I

TEN PRESENTE

- Las relaciones lineales son de la forma $y = mx + b$.
- En las relaciones lineales, el aumento de una de las variables entre el aumento correspondiente de la otra es constante (no varía).
- La gráfica de cualquier relación lineal siempre es una línea recta.
- Las relaciones de proporcionalidad inversa son aquellas de la forma $y = k/x$.
- En las relaciones de proporcionalidad inversa, el producto de cantidades correspondientes es constante (no varía).
- La gráfica de cualquier relación de proporcionalidad inversa siempre es una curva que se acerca a los ejes (sin tocarlos).